平 成 ２７ 年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
複 雑 系 科 学 専攻
入 学 試 験 問 題

専　　門

平成２６年８月７日（木）
１２：３０～１５：３０

注 意 事 項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．（外国人留学生は、日本語から母語への辞書１冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。）

４．問題冊子、解答用紙３枚、草稿用紙３枚が配布されていることを確認せよ。

５．問題は数１～数２（数学の基礎）、物１～物４（物理学の基礎）、化１～化５（化学の基礎）、生１～生３（生物学の基礎）、地１～地２（地球科学の基礎）、情１～情３（情報学の基礎）、人１～人２（人類学の基礎）、工１～工３（工学の基礎）、論理的思考（クリティカルシンキング）の２５問である。このうち<u>３科目を選択して</u>解答せよ。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。

６．解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

７．解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。
ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記せよ。

８．解答用紙は試験終了後に３枚とも提出せよ。

９．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

数 1

[1] 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して次の小問に答えよ。

1) $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。ただし，固有ベクトルは正規化せよ。

2) $\boldsymbol{A}$ を対角行列に変換する式を示せ。ただし，その式に現れる $\boldsymbol{A}$ 以外の行列に対しては要素も示せ。

3) n を自然数として，$\boldsymbol{A}^n$ を求めよ。

[2] 3次元空間上の3点を $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ および $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ とする。このとき，次の小問に答えよ。

1) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ および $\boldsymbol{c}$ を頂点とする3角形の面積を数値で求めよ。

2) 3点を含む平面 P 上の点 $\boldsymbol{x}$ が満たす条件を媒介変数 u と v および $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{c}$ を用いて示せ。

3) 媒介変数を用いないで，P 上の点 $\boldsymbol{x}$ が満たす条件を $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ および $\boldsymbol{c}$ を用いて示せ。

[3] $\boldsymbol{B}$ を実対称行列とする。$\boldsymbol{B}$ が逆行列 $\boldsymbol{B}^{-1}$ をもつならば，$\boldsymbol{B}^{-1}$ は対称行列となることを証明せよ。

数2

以下の問に答えよ。ただし，x を実変数，a を正の実定数とする。

[1] 次の微分方程式を満たす関数 $f_1(x)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2 f_1(x)}{\mathrm{d}x^2} &= f_1(x) \\
f_1(0) &= a^2 \\
f_1(a) &= 0
\end{aligned}
$$

[2] 次の対数方程式を満たす関数 $f_2(x)$ を求めよ。

$$\log_{10}(a-x) = \log_{10} f_2(x) - \log_{10}(x+a)$$

[3] $f_1(x)$ と $f_2(x)$ を，それぞれ問題 [1] と [2] の関数とする。$y = f_1(x)$ と $y = f_2(x)$ のグラフを同一の $x-y$ 平面上に描き，２つのグラフで挟まれた領域の面積を求めよ。

物 1

図のように，$x-y$ 平面上を，十分な長さのパイプが原点を中心にして角速度 $\omega\,(>0)$ で回転している。その中に閉じ込められた質量 m の小球の運動を考える。小球とパイプの内面の摩擦および重力はないとする。

[1] 小球の運動エネルギー T をパイプの中の座標 $r\,(-\infty < r < \infty$; 原点で $r = 0)$ やその時間微分 $\dot{r}\,(= \mathrm{d}r/\mathrm{d}t)$ および m, ω などを使って書け。

[2] 小球の運動に関するラグランジアン L を求めよ。

[3] オイラー・ラグランジュ方程式を書いて，小球の運動に関する運動方程式を求めよ。

[4] 運動方程式を解いて，小球の軌道 $r\,(t)$ を求めよ。ただし，初期位置を $r\,(t = 0) = r_0$，初期速度を $\dot{r}\,(t = 0) = v_0$ とする。

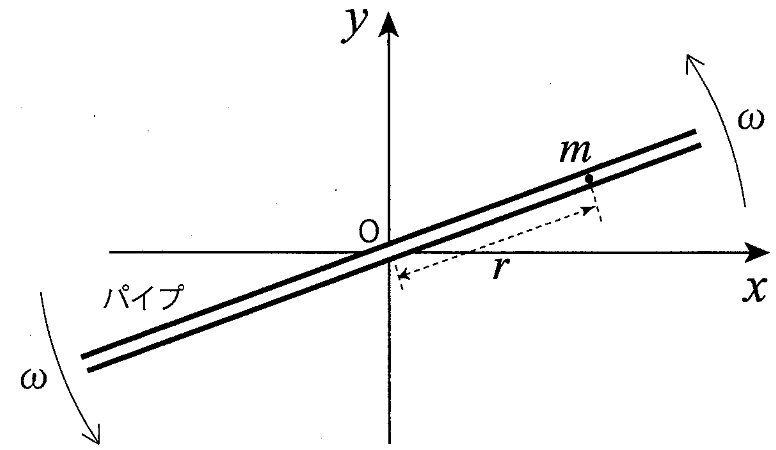
[5] 回転するパイプの中の小球の運動は，以下のように 1 次元系の運動に置き換えることができる。

1) [3] で得た運動方程式を関数 $\tilde{U}(r) = -m\omega^2 r^2/2$ を用いて書き換えることによって，パイプの中の小球の運動が 1 次元空間中のポテンシャル $\tilde{U}(r)$ の中の小球の運動を表すことを示せ。

2) この系の運動エネルギー $\tilde{T}$ と $\tilde{U}(r)$ の和である力学的エネルギー $E = \tilde{T} + \tilde{U}$ は一定である。このとき，初期位置 $r_0\,(> 0)$ に対して，E がゼロとなるような小球の初期速度 $v_0\,(< 0)$ を求めよ。

3) 2) のときの小球の軌道 $r\,(t)$ を求めよ。このとき，小球はパイプの中をどのように運動するか説明せよ。

[6] 初期位置 $r_0\,(> 0)$ を一定として，初期速度 v_0 を変えると小球の運動はどのように変化するか。小球の軌道 $r(t)$ を v_0 の値で場合分けして説明せよ。



物 2

図のように，起電力 E_0 の電池を自己誘導 L のコイルにつないで回路を作る。この回路にある電気抵抗をまとめて R とする。スイッチを S_1, S_2 に切り替えることにより，電池をつないだり，外したりできる。この回路について考えよう。

[1] スイッチ S_1 または S_2 につないだとき，この回路に流れる電流を I とすると，この電流の時間的変化 $\dfrac{dI}{dt}$ に対して，電磁誘導の法則により，この変化に逆らう向きに起電力が誘導される。このときの比例係数を自己誘導 L とする。

1) この誘導起電力を，電池による起電力 E_0 を正の向きとして，書け。

2) スイッチを S_1 につないだ場合，電池による起電力と誘導起電力の合計により抵抗 R に電流 I が流れる。I が満たすべき微分方程式を書け。

[2] 時刻 $t = 0$ でスイッチを S_1 につないだ場合の電流の時間変化を考えよう。

1) 長時間後 $t \to \infty$ に定常的な状態になるとすると，電流 I は変化しないので，$\dfrac{dI}{dt} = 0$ である。このときの電流 I_0 を求めよ。

2) 前問 [1] の 2) で与えた微分方程式を，初期条件 $t = 0, I = 0$ で解くことにより，$t \geq 0$ における電流 I の時間変化を求めよ。

3) この解 $I(t)$ のグラフを描き，長時間後に定常電流 I_0 が流れることを確認せよ。

[3] 定常電流 I_0 が流れている状態で，時刻 $t = t_1$ においてスイッチを S_2 に切り替え，電池を切り離す。

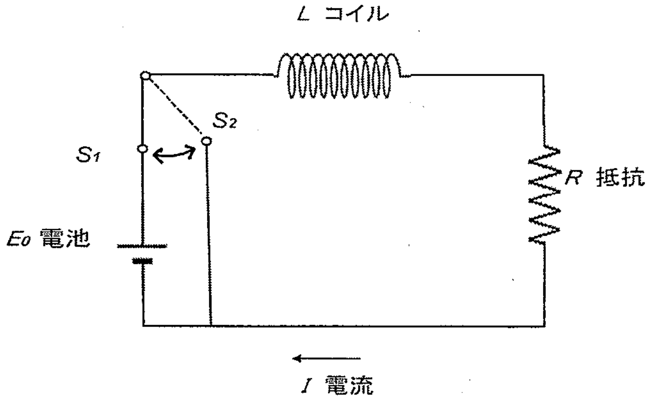
1) この場合に，電流 I が満たすべき微分方程式を書け。

2) この方程式を初期条件 $t = t_1, I = I_0$ で解くことにより，$t \geq t_1$ における電流 I の時間変化を求めよ。

3) この解 $I(t)$ のグラフを描け。

4) この時間変化 $t = t_1 \sim \infty$ の間，抵抗 R においてエネルギーが散逸する（失われる）。抵抗 R における単位時間当たりのエネルギー散逸量は RI^2 である。この回路において散逸するエネルギーの総量を計算せよ。

[4] 前問 [2] で，定常電流 $I = I_0$ が流れている状態にするまでに必要なエネルギーは，誘導起電力に逆らって電流を流すのに必要な仕事であり，電池により供給される。この仕事を計算し，前問 [3] の 4) で求めたエネルギー散逸量に等しいことを確認せよ。ゆえに，電池により供給されたエネルギーが“コイルに貯えられている”ということができる。



物3

量子力学では，物理系の状態はノルム（大きさ）が 1 のベクトルで表され，物理量はエルミート行列で表される。状態ベクトル ϕ, χ とエルミート行列 H, G として

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2i \\ -3 \end{pmatrix}, \qquad \chi = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ i \end{pmatrix}, \qquad H = \begin{pmatrix} 3\varepsilon & \varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 3\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 5\varepsilon \end{pmatrix}, \qquad G = \begin{pmatrix} -g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 2g \end{pmatrix}$$

を考える。ただし ε と g は実数定数とする。一般に，ベクトル α と β の内積 $\langle\alpha|\beta\rangle$ は

$$\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \qquad \beta = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \qquad \langle\alpha|\beta\rangle = a_1^* b_1 + a_2^* b_2 + a_3^* b_3$$

で定義される。ここで a_j^* は複素数 a_j の共役複素数である。ベクトル α のノルムは $\|\alpha\| = \sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle} = \sqrt{|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2}$ で定義される。また，行列 H に対して $H\xi = E\xi$ を満たす数 E を H の固有値といい，ξ を固有ベクトルという。以下の問に答えよ。

[1] 内積（確率振幅）$\langle\chi|\phi\rangle$ を求めよ。

[2] 状態 ϕ から状態 χ を見い出す確率を求めよ。

[3] 行列 H の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。ただし固有ベクトルはノルムが 1 のものを示せ。

[4] 上の問題で求めた固有値を小さいものから順に E_1, E_2, E_3 とする。状態 ϕ に対して，行列 H で表される物理量を測ったとき，測定値として E_1, E_2, E_3 を得る確率をそれぞれ求めよ。

[5] 状態 ϕ に対して物理量 H を測ったときの期待値（平均値）を求めよ。

[6] h をプランク定数とし，$\hbar = h/(2\pi)$ とする。時刻 t における状態ベクトル $\psi(t)$ が微分方程式

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi(t) = H\psi(t)$$

に従うとする。$t = 0$ における状態ベクトルは $\psi(0) = \phi$ だったとして，任意の時刻 t におけるベクトル $\psi(t)$ を求めよ。

[7] 時刻 t における状態 $\psi(t)$ に対して物理量 G を測ったとき，測定値として $-g, g, 2g$ を得る確率をそれぞれ求めよ。

物 4

ハミルトニアンが

$$H = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x_i^2 \right)$$

で表される N 個の一次元調和振動子からなる系を考える。ここで，i 番目の振動子の変位と運動量をそれぞれ x_i，p_i，全ての振動子の質量を m，角振動数を ω としている。また，系の温度を T，ボルツマン定数を k，プランク定数を h とする。必要であれば公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2)\mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ を用いてよい。

[1] この系が温度 T のカノニカル分布に従う古典系だとして以下の問に答えよ。なお，位相空間内の微視的状態は，1 振動子あたり h を単位として数えることとする。

1) この系の分配関数（状態和）

$$Z = \frac{1}{h^N} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x_N \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}p_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}p_N \exp\left(-\frac{H}{kT}\right)$$

を求めよ。

2) この系のエネルギーの期待値 $E_c = \langle H \rangle$ を求めよ。ただし，$\langle \cdot \rangle$ はカノニカル平均である。

3) この系の比熱 C_c を求めよ。

[2] 上記の振動子系を量子論的に扱うと，振動子 i のエネルギー固有値 ϵ_i は

$$\epsilon_i = \left(n_i + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

と表され，全系のエネルギー固有値は $E = \sum_{i=1}^{N} \epsilon_i$ となる。ただし，n_i は i 番目の振動子の量子状態を表し，それぞれの振動子は $n_i = 0, 1, 2, \ldots$ の状態を取りうる。また，$\hbar = h/(2\pi)$ である。この量子系が温度 T のカノニカル分布に従うとして以下の問に答えよ。

1) 振動子 1 個の分配関数 $Z_1 = \sum_{n_i=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{kT}\right)$ を求めよ。

2) この系の分配関数 Z_N を求めよ。

3) この系のエネルギーの期待値 E_q を求めよ。

4) 低温 $kT \ll \hbar\omega$ での E_q を求めよ。

5) 高温（古典的極限）$kT \gg \hbar\omega$ では，$E_q \simeq E_c$ となることを示せ。

6) この系の温度とエネルギーとの関係を示すために，横軸を $kT/(\hbar\omega)$，縦軸を E_q/N としてグラフを描け。

7) この系の比熱 C_q を求め，低温 $kT \ll \hbar\omega$ での C_q を求めよ。

化１

次の文章を読み，以下の問［１］から［７］に答えよ。なお，数値で解答する場合は，小数点以下２桁まででよい。

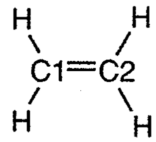
平面分子の π 電子の電子状態について，量子化学計算法の１つである単純ヒュッケル法は定性的であるが有用な情報を与えてくれる。この方法では，分子が xy 平面上にあるとすると，分子軌道 ϕ_i はその分子平面に垂直な $2p_z$ 軌道の線形結合で表される（(１)式）。

$$\phi_i = c_{i,1}\chi_1 + c_{i,2}\chi_2 + c_{i,3}\chi_3 + \cdots \qquad (1)$$

ここで，i は分子軌道の番号，χ_r は r 番目の原子の $2p_z$ 軌道，$c_{i,r}$ はその分子軌道係数である。単純ヒュッケル法では，π 型分子軌道のエネルギーと軌道係数は(１)式を用いてア) ハミルトニアン h の期待値を計算し，イ) その表式に変分法を適用して求めることができる。そうして求めたエチレンの π 型分子軌道と軌道エネルギーを表１に示す。ここで，α は炭素原子の $2p_z$ 軌道のクーロン積分，β は隣接炭素原子の $2p_z$ 軌道間の共鳴積分である (β<0)。

C=C π 結合が酸素の π 型非共有電子対と π 電子系を作っている分子に，ビニルアルコールとオキシレンがある。単純ヒュッケル法で求めたビニルアルコールとオキシレンの π 型分子軌道とそのエネルギーを表２に示す。ここでは，ウ) 酸素原子の $2p_z$ 軌道のクーロン積分を $\alpha+2\beta$，炭素原子と酸素原子の間の共鳴積分を 0.8β として求めた。

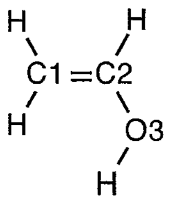
表１　エチレンの π 型分子軌道と軌道エネルギー



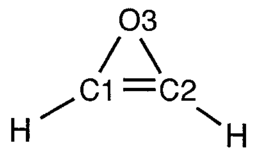
エチレン

π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.71\chi_1 + 0.71\chi_2$	$\varepsilon_1 = \alpha + \beta$
$\phi_2 = 0.71\chi_1 - 0.71\chi_2$	$\varepsilon_2 = \alpha - \beta$

表２　ビニルアルコールとオキシレンの π 型分子軌道と軌道エネルギー



ビニルアルコール



オキシレン

π 型分子軌道	軌道エネルギー	π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.16\chi_1 + 0.38\chi_2 + 0.91\chi_3$	$\varepsilon_1 = \alpha + 2.34\beta$	$\phi_1 = 0.39\chi_1 + 0.39\chi_2 + 0.84\chi_3$	$\varepsilon_1 = \alpha + 2.74\beta$
$\phi_2 = 0.74\chi_1 + 0.57\chi_2 - 0.37\chi_3$	$\varepsilon_2 = \alpha + 0.77\beta$	$\phi_2 = 0.59\chi_1 + 0.59\chi_2 - 0.55\chi_3$	$\varepsilon_2 = \alpha + 0.26\beta$
$\phi_3 = 0.66\chi_1 - 0.73\chi_2 + 0.19\chi_3$	$\varepsilon_3 = \alpha - 1.11\beta$	$\phi_3 = 0.71\chi_1 - 0.71\chi_2$	$\varepsilon_3 = \alpha - \beta$

［1］ エチレンのπ型分子軌道を$\phi=c_1\chi_1+c_2\chi_2$として，下線部ア）の期待値を，c_1，c_2，α，βを用いて表せ。

［2］ 下線部イ）に従い，単純ヒュッケル法を用いて，表1に示したエチレンのπ型分子軌道と軌道エネルギーの導出過程を記せ。

［3］ 下線部ウ）に示すように，酸素原子のクーロン積分は，炭素原子のクーロン積分αと2βだけ異なるものを用いた。このようにする定性的な理由を述べよ。

［4］ 図1を参考にして，オキシレンの最高被占軌道(HOMO)と最低空軌道(LUMO)を図示せよ。

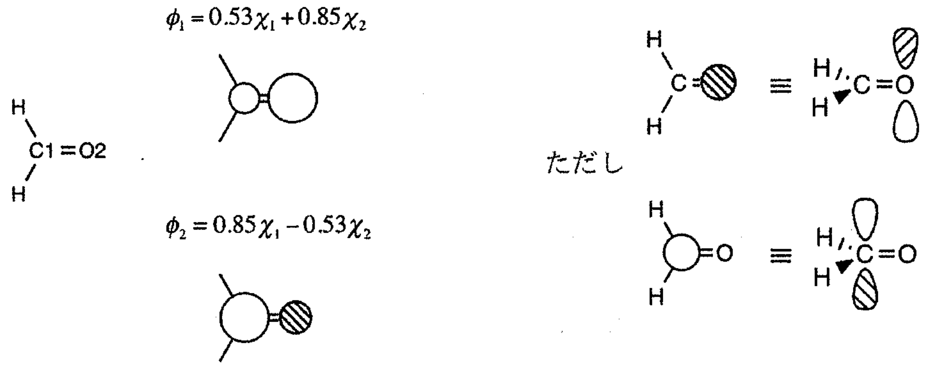


図1　分子平面上から見たホルムアルデヒドの π 型分子軌道。白抜きは軌道が正の符号を，斜線は負の符号を持つことを表す。

［5］ ビニルアルコールとオキシレンのそれぞれについて，全π電子エネルギーを求め，C=C π結合と酸素上のπ型非共有電子対の間の共鳴エネルギーを求めよ。

［6］ ビニルアルコールとオキシレンのそれぞれについて，C1=C2 結合と C2–O3 結合のπ結合次数を求めよ。

［7］ ビニルアルコールとオキシレンでの共鳴の程度が同じであれば同じである理由を，異なれば異なる理由を，分子軌道に基づき説明せよ。必要ならば［5］と［6］の結果を引用してよい。

［２］（選択問題）

$\Delta G^{\neq} = \Delta H^{\neq} - T\Delta S^{\neq}$と書くと，化学反応（１）では$\Delta S^{\neq} < 0$となった。その理由を次の｛　｝内の語句などを用いて５０字程度で説明せよ。

｛始状態，錯合体，分子，中間状態，自由度｝

ただし，$\Delta G^{\neq}$は$\boxed{（ア）}$化自由エネルギー，$\Delta H^{\neq}$は$\boxed{（ア）}$化エンタルピー，$\Delta S^{\neq}$は$\boxed{（ア）}$化エントロピーを表す。

［３］（選択問題）

ところで，化学反応（１）の反応速度式（４）式を数値的に解くことを考えたい。ここでは[A]=a(一定)として，[B]=xについて解くものとする。このとき，反応速度式は，

$$\frac{dx}{dt} = k_{\mathrm{f}} \boxed{（お）} - k_{\mathrm{b}} \boxed{（か）} \qquad (7)$$

となる。次に，解$x = x(t)$を，tについて等間隔な時間きざみΔtで分割し，各時間点におけるxの値をx_0，x_1，…，x_n，…のように離散化（差分化）すると，差分方程式

$$\frac{1}{\Delta t}\{x_n - x_{n-1}\} = \{k_{\mathrm{f}} a - k_{\mathrm{b}} x_n\} x_{n-1} \qquad (8)$$

を得る。こうして，初期濃度$x(0) = x_0$として逐次代入法により順番にx_i (i = 1, 2, …, n, …)を求めることができる。

とくに反応（１）については，$k_{\mathrm{f}} a \cdot \Delta t << 1$を満たすような$\Delta t$を考えて，

$$\Delta t \approx \frac{\exp(k_{\mathrm{f}} a \Delta t) - 1}{k_{\mathrm{f}} a} \qquad (9)$$

が成り立つことを用いると，数値解x_nは，（８）式を漸化式として解いて，

$$x_n = \frac{k_{\mathrm{f}} a x_0 \mathrm{e}^{k_{\mathrm{f}} a \cdot \boxed{（き）} \Delta t}}{k_{\mathrm{f}} a + k_{\mathrm{b}} x_0 (\mathrm{e}^{k_{\mathrm{f}} a \cdot \boxed{（き）} \Delta t} - 1)} \qquad (10)$$

と求めることができる。こうして，時間きざみΔtの大きさにかかわらず，数値解x_nが時刻$t (= n\Delta t)$における解析解

$$x(t) = \boxed{（く）} \qquad (11)$$

に各時間点で一致することを示すことができる。

設問(i) $\boxed{（お）}$から$\boxed{（き）}$のそれぞれに当てはまる数式を各々記せ。

設問(ii) （１１）式の右辺$\boxed{（く）}$に適当な数式を記せ。ただし，（１０）式の数値解x_nを参考にせよ。

化２

次の文章を読んで，共通問題［１］に答えよ。さらに選択問題［２］あるいは［３］のいずれかを選んで答えよ。

温度Tが一定のもとで，分子ＡとＢについての次のような化学反応を考える。

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} \underset{k_\mathrm{b}}{\overset{k_\mathrm{f}}{\rightleftharpoons}} 2\mathrm{B} \quad (k_\mathrm{f} \text{ と } k_\mathrm{b} \text{ は反応速度定数}) \tag{1}$$

一般に「化学反応過程では，反応物が生成物に連続的に変化していく途中に，$\boxed{\text{（ア）}}$錯合体と呼ばれる中間状態（$\boxed{\text{（イ）}}$状態）を経由する」いう仮説が広く受け入れられている。この仮説に基づいた化学反応の理論的取り扱いを“$\boxed{\text{（ア）}}$錯合体理論（あるいは，アイリングの$\boxed{\text{（イ）}}$状態理論）”という。この$\boxed{\text{（イ）}}$状態理論を用いて，k_fを表すと

$$k_\mathrm{f} = \frac{k_\mathrm{B}T}{h}\frac{z^{\neq}}{z_\mathrm{A}z_\mathrm{B}}\exp\left(\frac{-E_0}{k_\mathrm{B}T}\right) = \frac{k_\mathrm{B}T}{h}\exp\left(\frac{-\Delta G^{\neq}}{RT}\right) \tag{2}$$

と表される。ここで，k_Bはボルツマン定数，hはプランク定数，$z^{\neq}$とz_A，z_Bはそれぞれ$\boxed{\text{（ア）}}$錯合体とＡ，Ｂの単位体積当たりの分配関数，Rは気体定数である。またE_0は$\boxed{\text{（ア）}}$化エネルギーと呼ばれ，$\boxed{\text{（イ）}}$状態のエネルギーと反応物ＡとＢの始状態エネルギーとの差に対応する。

分子ＡとＢの反応速度式は，それぞれの濃度[A]と[B]を用いて，

$$-\frac{d[\mathrm{A}]}{dt} = k_\mathrm{f}\boxed{\text{（あ）}} - k_\mathrm{b}\boxed{\text{（い）}} \tag{3}$$

$$\frac{d[\mathrm{B}]}{dt} = k_\mathrm{f}\boxed{\text{（あ）}} - k_\mathrm{b}\boxed{\text{（い）}} \tag{4}$$

と表される。平衡状態では，濃度変化はもはや起こらないので，

$$-\frac{d[\mathrm{A}]}{dt} = \frac{d[\mathrm{B}]}{dt} = \boxed{\text{（う）}} \tag{5}$$

が成り立ち，このときのＡとＢの濃度を$[\mathrm{A}]_\mathrm{eq}$と$[\mathrm{B}]_\mathrm{eq}$とすると次式を得る。

$$\frac{[\mathrm{B}]_\mathrm{eq}}{[\mathrm{A}]_\mathrm{eq}} = \boxed{\text{（え）}} \equiv K_\mathrm{eq} \tag{6}$$

［１］（共通問題）

設問(i) $\boxed{\text{（ア）}}$と$\boxed{\text{（イ）}}$に当てはまる語句を入れよ。

設問(ii) $\boxed{\text{（あ）}}$から$\boxed{\text{（え）}}$のそれぞれに当てはまる数式を各々記せ。

設問(iii)（６）式の比で与えられる定数K_eqのことを何というか。語句を記せ。

次頁へ続く

化3

［1］ 有機化合物における異性体の概念について次の問いに答えなさい。

1）配座異性体について例をあげて説明しなさい。

2）立体異性体について例をあげて説明しなさい。

［2］塩基の強さの比較について次の問いに答えなさい。

1）塩基の強さは共役酸の p*K*a を用いて表現することができる。塩基を B で表した場合の B の共役酸との平衡式を書きなさい。

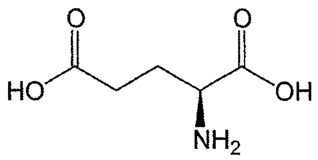
2）上の平衡反応の解離定数 *K*a，および p*K*a を求める式を書きなさい。

3）次の 3 種類の塩基の組み合わせにおいて塩基性の強い順に並べなさい。その理由を述べなさい。

$(CH_3CH_2)NH_2$　$(CH_3CH_2)_2NH$　$(CH_3CH_2)_3N$

［3］アミノ酸とタンパク質について次の問いに答えなさい。

1）アミノ酸は，分子内に塩基性基と酸性基の両方を持つため水溶液中では pH によって構造が変化する。次のアミノ酸の水溶液の液性を pH 1 から pH11 まで変化させた時の，構造変化を書きなさい。



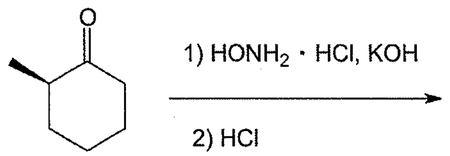
2）生体を構成するタンパク質は α-L-アミノ酸が連結した構造を持つ。この結合を何と呼ぶか。また，この結合で連結された1）のアミノ酸の 2 量体構造を書きなさい。

化４

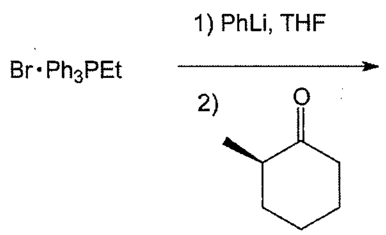
［１］エステルの加水分解は，酸性，塩基性のいずれの条件下でも可能であるが，一般に塩基性条件下で行う。その理由を安息香酸エチルの反応機構を書いて説明しなさい。

［２］以下に記載の１）から５）までの反応式から３問を選択し，主生成物とそれを与える反応機構について説明しなさい（解答用紙には選択した問題番号を記載すること）。

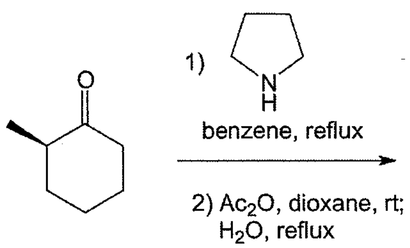
１）



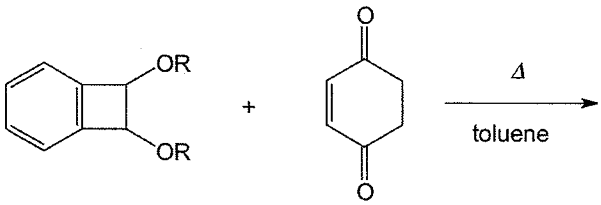
２）



３）

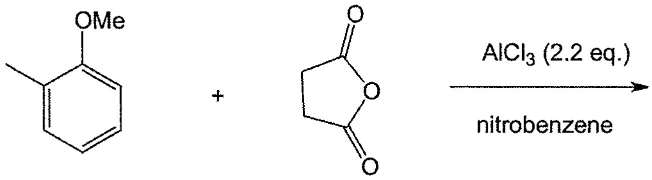


4）

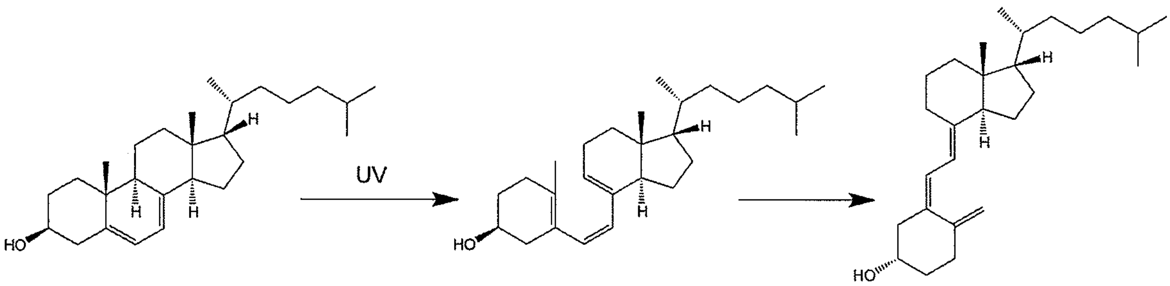


R = *t*-butyldimethylsilyl

5）



［3］ ビタミンDは血中のカルシウムとリン酸の濃度の維持，及び骨密度の維持に重要な働きを担うビタミンであるが，経口摂取されるのは前駆体(プロビタミンD３)で，体内で活性型（ビタミンD３）へと変わることが知られている（下図）。



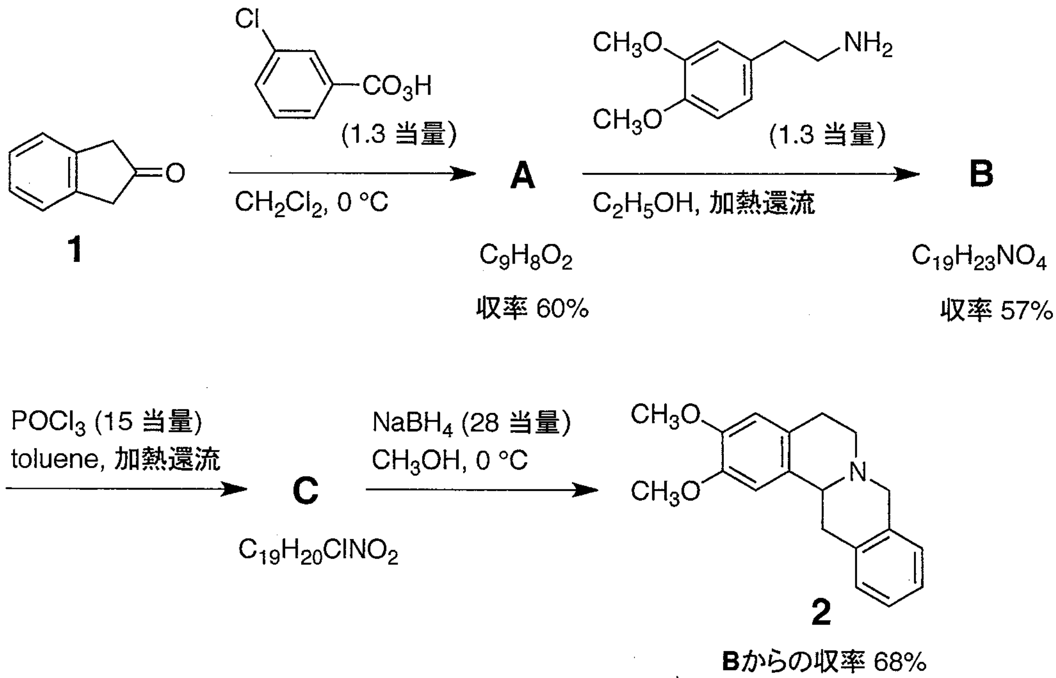
プロビタミンD３　　プレビタミンD３　　ビタミンD３

1）プロビタミンD３からプレビタミンD３を経由してビタミンD３が生成する機構を電子の動きを表す矢印（ ， ）を使って書きなさい。

2）最近日本の乳幼児に「くる病」が増加しているとの報道があった。過度な紫外線防御，母乳だけによる育児の増加や子どもの食品アレルギーの増加が原因と言われている。この因果関係について考察しなさい。

化 5

［1］ アルカロイドの合成に関する以下の問いに答えなさい。



1） 化合物 **A** の分子式を参考にして，化合物 **A** の構造を反応機構とともに書きなさい。

2） 化合物 **B** の分子式を参考にして，化合物 **B** の構造を反応機構とともに書きなさい。

3） 化合物 **C** の分子式を参考にして，化合物 **C** の構造を書きなさい。

4） 化合物 **2** は，ラセミ体である。*S* 体の構造を，立体を明記して書きなさい。

生１

各問に答えよ。必要に応じて図を用いても良い。

［１］次の２つの DNA 修復反応の仕組みを，語群から適切な語を６つずつ使い，それぞれ２００字程度で説明せよ。語は（a）と（b）で重複しても良い。

(a) １つの塩基の除去を伴う塩基除去修復
(b) 短い一本鎖 DNA 領域の除去を伴うヌクレオチド除去修復

［*N*-グリコシド結合，ホスホジエステル結合，ピリミジンダイマー，複合酵素系，DNA グリコシラーゼ，DNA ヘリカーゼ，DNA ポリメラーゼ，DNA リガーゼ，AP エンドヌクレアーゼ］

［２］次の２つの相同組換えによる反応のどちらか１つの仕組みを，語群から適切な語を６つ使い，３００字程度で説明せよ。

(a) DNA 複製の最中または直後に生じる DNA の二本鎖切断の修復
(b) 減数分裂時の交差

［エキソヌクレアーゼ，姉妹染色分体，相同染色体，ハイブリッド形成，分岐点移動，ヘテロ二重鎖，ホリデイ構造（Holliday junction），一本鎖 DNA］

生２

以下の（a）～（d）の実験方法から２つを選び，それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いても良い。

(a) ウェスタンブロット解析
(b) ゲノムDNAライブラリーの作製とスクリーニング
(c) 逆転写PCR
(d) ゲルシフトアッセイ法（別名：EMSA)

［１］ 目的を２０字から４０字程度で説明せよ。

［２］ 原理を２００字から３００字程度で説明せよ。

［３］ 手順を３００字から４００字程度で説明せよ。

生 3

［1］代表的なタンパク質の二次構造について，語群にある単語を適切に用いて知るところを簡潔に述べよ（２００文字程度）。

［2］アミノ酸残基の間に働く，タンパク質の立体構造を安定化する相互作用について，アミノ酸種の例をあげながら，語群にある単語を適切に用いて知るところを簡潔に述べよ（２００文字程度）。

語群：ストランド，ロイシン，水素結合，平行，マイナス，N 末端から C 末端への方向，リジン，非極性，グルタミン酸，バリン，アミド，反平行，４残基，側鎖，プラス，両親媒性，水，らせん，カルボニル，安定化，電荷，主鎖

地１

地球史を解き明かす手がかりとして化石がある。化石について下記の問題に答えよ。

［１］得られる情報の違いから化石を示相化石と示準化石に分類することがある。それぞれについて説明せよ。

［２］地球史を解き明かす他の手がかりとして放射性物質がある。年代決定法として，化石を用いた場合と放射性物質を用いた場合の違いについて説明せよ。

地２

GPS を用いた測位について下記の問題に答えよ。

［１］GPS の測位原理について説明せよ。

［２］GPS の測位には一般的に誤差を伴う。誤差の要因を２つ挙げて説明せよ。

［３］GPS の測位誤差を低減する手法として DGPS がある。DGPS について説明せよ。

情１

以下の問に答えよ。

[1] 次のＣ言語プログラムの出力結果を示せ。

```
#include<stdio.h>
int main(void){
    int a=0x0f0f, b=0x1234; char s[]="abcd";
    printf(" %d  %x  %x  %x  %c", a, a<<3, a|b, a^b, s[1]);
    return 0;
}
```

[2] 整数変数xに代入された整数が素数であるかどうかを判定するプログラムの処理過程は以下のようになる。下線部を適切な言葉や数式を用いて埋めよ。

1. 整数変数 i に ＿＿(1)＿＿ する。
2. x と i の ＿＿(2)＿＿ を求める。
3. ＿＿(2)＿＿ が０の場合,「素数でない。」と表示して, ＿＿(3)＿＿ する。
4. ＿＿(2)＿＿ が０でない場合，i に１を加える。
5. i が ＿＿(4)＿＿ の場合，ステップ２へ戻る。
6. 「素数である。」と表示して, ＿＿(3)＿＿ する。

[3] 問題 [2] の処理過程に基づいて，整数変数 x が素数かどうかを判定する関数プログラム func1 をＣ言語により作成した。この関数は，入力引数として整数変数 x をとり，返り値として“素数である”または“素数でない”という文字列を返す。下線部を適切に埋めよ。

```
_____(1)_____(int x)
{
    int i;
    for( _____(2)_____ ){
        if( _____(3)_____ ) return("素数でない");
    }
    return("素数である");
}
```

[4] 問題 [3] の関数プログラムの引数 x に 299 を代入してプログラムを実行する。このとき，問題 [3] の関数プログラム内の for ループが繰り返される回数を求めよ。

[5] 大きさが n である整数型１次元配列変数 a の各要素に任意の整数が代入されている。また，整数変数 x に別の整数が代入されている。配列変数 a の各要素のなかで，x より大きな数値をもつ要素の値の合計を求めるプログラムを，再帰的プログラミングにより作成した。作成した関数プログラム func2 は，x，a，n を引数として受け取り，配列変数 a の各要素のなかで，x より大きな数値をもつ要素の値の合計を返り値として返す。下線部を適切に埋めよ。

```
int func2(int x, int a[], int n){
    if( ____(1)____ ){
        return ____(2)____;
    }else{
        if( ____(3)____ ){
            return (  func2(____(4)____) + ____(5)____ );
        }else{
            return (  func2(____(4)____) );
        }
    }
}
```

情２

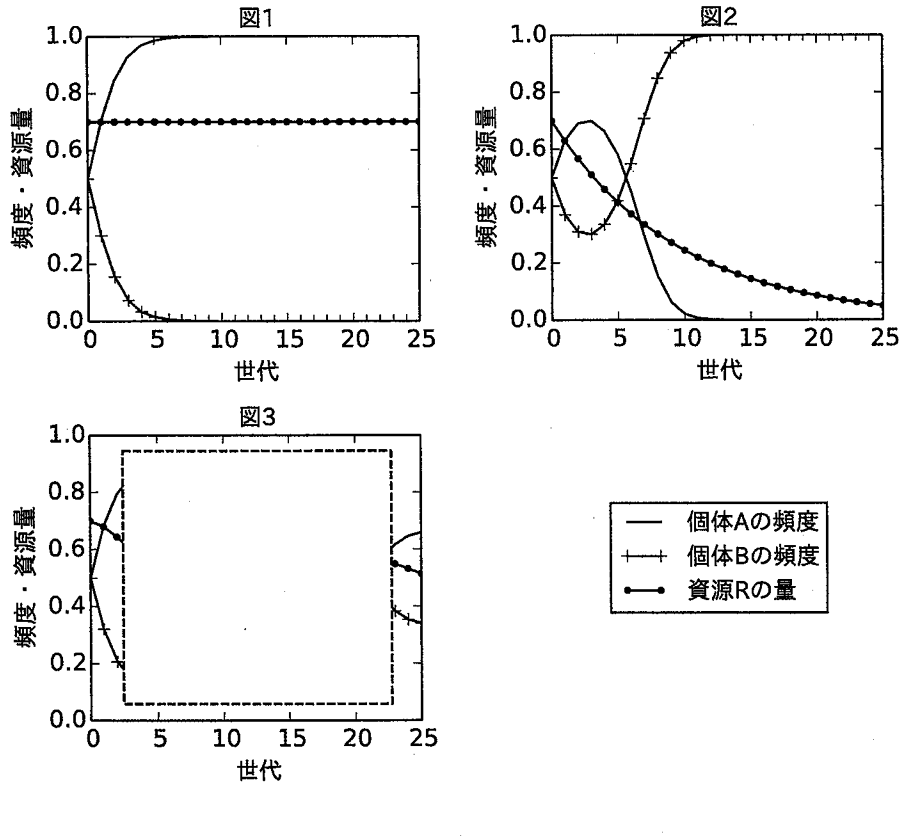
次のような環境の時間発展を考える。環境は，資源 R と，A と B の 2 種類の個体からなる生物集団から構成される。資源 R は多いほど個体 A に利益をもたらす一方，個体 B には不利益をもたらす。より大きな利益を得た個体ほど次世代に大きな割合で子孫を残す。

この生物集団における個体 A と B の頻度（全個体数を 1 とした場合の個体数の割合）と資源 R の量（0 以上 1 以下に収まるように設定）の変化をモデル化し，実験した結果に関する次の問いに答えなさい。

[1] 資源 R の量が変化しない設定で実験したところ，図 1 の結果が得られた。このときの個体 A と B の利益の大小関係とその理由を示しなさい。

[2] 次に，現世代の資源 R の量の一定割合だけが次世代の環境に受け継がれるように[1]の設定を変更して実験したところ，図 2 の結果が得られた。その仕組みを推測し，説明しなさい。

[3] さらに，[2]の設定に加え，各個体 B は資源 R を一定量生産し，環境に放出するものとした。具体的には，現世代の個体 B の頻度に比例した量が，現世代の資源 R の量に加えられるものとしたところ，図 3 の結果が得られた。同図の矩形で隠された部分の推移を推測してグラフ全体の概形を図示した上で，その仕組みを説明しなさい。



情３

[1] 問題解決過程として，問題が与えられた時点での初期状態から，状態に対する操作を繰り返して，解である最終状態に至る過程を考える。ここで，状態は，問題解決過程の段階における局面を表し，操作は，ある状態を別の状態に遷移させる操作と，ある状態に変化を及ぼさない操作に分類できるとする。各状態には，常に２つの操作のいづれかが適用されるものとする。全ての問題解決過程を表す問題の探索木を，状態を節点とし，根を最上部に持つ完全２分木で表すものとする。探索木の根は，深さゼロの層にある初期状態を表す節点であり，探索木は，下に向かうほど，深さが１，２と増えていくものとする。探索木は，１つ以上の最終状態を持つものとする。

１）深さ d の層には，最大，いくつの状態が存在するかを示せ。

２）最大の深さが d の探索木において，最も浅い最終状態が，深さ h ($<d$) の層にあるものとする。各節点を探索するコストを１とする。

（ア）横型探索で最終状態に至る探索コストを，説明を加えて見積れ。

（イ）縦型探索で最終状態に至る探索コストを，説明を加えて見積れ。

[2] n 個から r 個を選ぶ，重複を許さない組み合わせ，$C(n, r) = n!/(r!(n-r)!)$ を考える。

１）漸化式 $C(n, r) = C(n-1,\ r-1) + C(n-1,\ r)$ が成り立つことを示せ。

２）上の１）の漸化式を用いて，$C(n, r)$ を求める，再帰アルゴリズムを示せ。

３）固定長で整数を表す計算機を用いた演算では，n, r および $C(n, r)$ の値の大きさに限度がある。この理由を示せ。

人1

[1] 遺跡で出土する人骨の年齢を「歯から」判定する方法と「骨から」判定する方法を具体的に述べなさい。図を用いてもよい。

[2] 遺跡で出土する人骨の性別を「頭蓋骨から」判定する方法と「頭蓋骨以外の骨から」判定する方法を具体的に述べなさい。図を用いてもよい。

人 2

[1] 縄文時代のイヌの形質の特徴を,「頭蓋骨について」と「身体の大きさについて」の観点から説明しなさい。図を用いてもよい。

[2] 縄文時代におけるイヌとヒトの関係を説明しなさい。また,それを推定できる根拠を述べなさい。

工1

[1]　図1のような一端固定，他端支持はりを考える。図1のはりの右の支点に作用する反力Rを求めたい。その準備として，それぞれ図2および図3に示すはり1およびはり2の右端のy方向変位を計算する。はりの長さはいずれもℓであり，はりの任意の位置xにおいてヤング率（縦弾性係数）は一定値Eを，断面二次モーメントは一定値Iをとるものとする。以下の問に答えよ。

1)　はり1の右端に集中荷重Rを作用させたとき，右端の変位u_1を求めよ。
2)　はり2の左端からaの場所に集中荷重Pを作用させたとき，右端の変位u_2を求めよ。
3)　$u_1+u_2=0$を使って，一端固定，他端支持はりの支点反力Rを計算せよ。

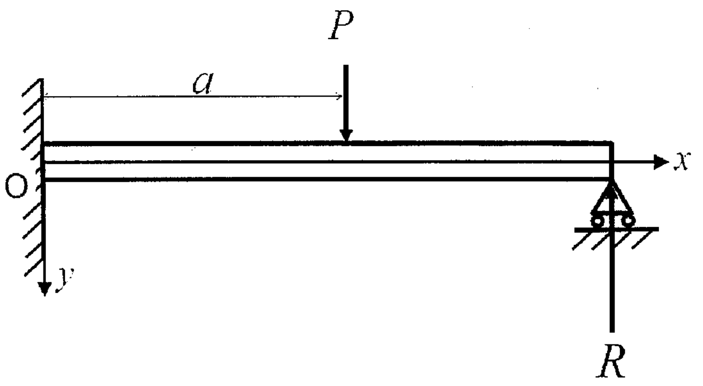


図1　一端固定，他端支持はり

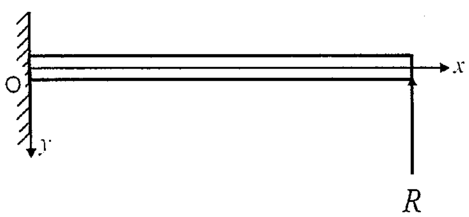


図2　はり1

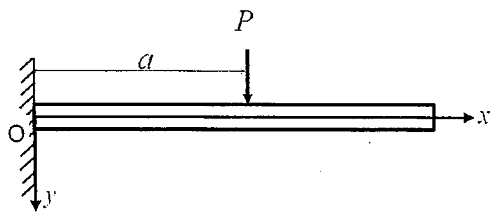


図3　はり2

[2]　一辺が a である単位厚さの微小正方形板に作用している二次元応力を図４に示す。また，その正方形板内部に角度 θ だけ傾いた仮想断面を考える。以下の問に答えよ。

1)　点Ａまわりのモーメントのつり合いを考えて，

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

を示せ。

2)　仮想断面に作用する垂直応力 σ_n とせん断応力 τ_n を示せ。

3)　せん断応力 τ_n が 0 となるときの θ を求める式を示せ。また，主応力 σ_1 と σ_2 を求めるための式も示せ。

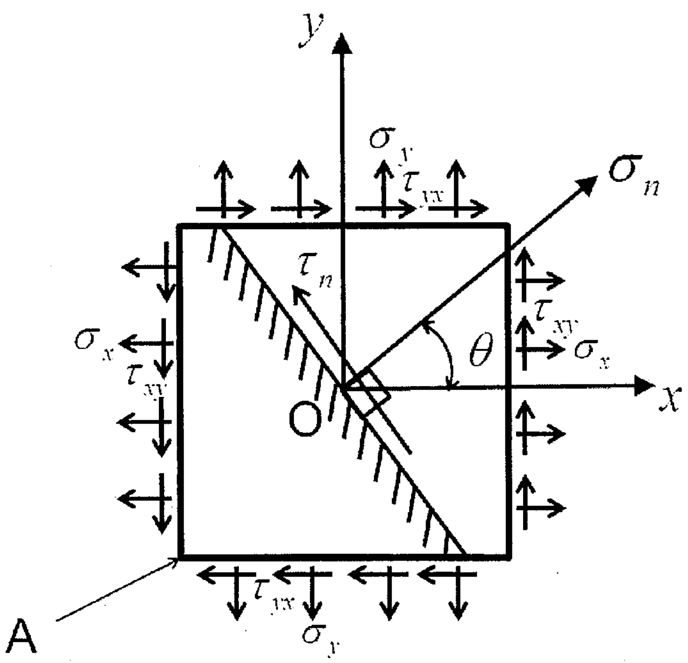


図４　二次元応力状態にある単位厚さの微小正方形板

工2

[1] 二次元空間（x - y 平面）における非圧縮渦なし流れについて，以下の問いに答えよ。ただし，x および y 方向の速度成分をそれぞれ u および v とする。

1） 速度ポテンシャル ϕ と速度成分の関係を説明せよ。

2） 流れ関数 ψ と，速度成分，流線，流量の関係について説明せよ。

3） 速度ポテンシャル ϕ および流れ関数 ψ は，それぞれラプラス方程式を満たすことを示せ。

4） ϕ ＝一定の線と ψ ＝一定の線は直交することを示せ。

[2] 流体の運動に関連した以下の用語について，それぞれ 100 字以内で説明せよ。ただし，数式や図を併用してもよい。

1） Bernoulli の定理

2） Froude 数

3） 後流

4） 計算流体力学

工3

時間関数 $f(t)$ のラプラス変換された関数を $F(s)$ のように書くことにする。

図1に示すブロック線図のフィードバック制御系について，以下の問いに答えよ。ただし，図中の K は非負の実数である。

[1] 一巡伝達関数（開ループ伝達関数）$L(s)$ を求めよ。

[2] 入力 $R(s)$ から出力 $Y(s)$ までの伝達関数（閉ループ伝達関数）$G(s)$ を求めよ。

[3] K の値を 0 から ∞ まで連続的に変化させたときに，系の特性方程式の根が複素平面上に描く軌跡を根軌跡という。実軸上の部分を除く根軌跡が円であることを証明せよ。また，円の中心座標と半径を数値で示せ。

[4] 根軌跡（実軸上の部分を含む）を描け。なお，図中に $K=1$ としたときの一巡伝達関数の極を×印，零点を〇印で示すとともに，それらの座標値を示せ。

[5] ステップ応答が振動的である場合に，減衰係数が最も小さくなる K の値を求めよ。

[6] 入力 $r(t) = 10\sin(2t)$ が与えられるとき，定常状態における出力 $y(t)$ を求めよ。ただし，$K=1$ とする。

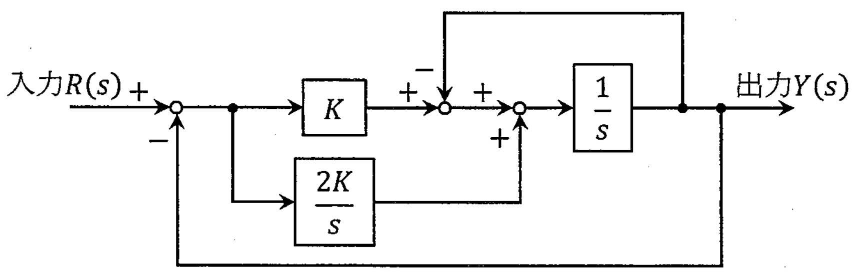


図1 ブロック線図

論理的思考

以下の問いのすべてに答えなさい。

[1]

ジョン，ポール，マイケルの数学，英語，歴史の成績を調べると以下の(a)-(f)のことが分かった。なお成績はA，B，Cの三段階評価で，Aが最も良く，Cが最も悪い。

(a) ポールの数学の成績は他の二人より悪い。
(b) ジョンがマイケルより良くなかったのは歴史だけである。
(c) どの科目をとっても，三人のうち，誰かがB評価であり，誰かがC評価である。
(d) 三人のうちAを取った学生が二人以上いる科目はない。Cについても同様。
(e) 二科目以上でAを取った学生はこれら三人のうちにはいない。Cについても同様。
(f) ポールは二科目でマイケルより良い成績を取っている。

このとき，三人の歴史の成績はそれぞれどうなっているだろうか。解答を記すとともに，自分がどのような思考過程を経て解に達したかを詳細，かつ筋の通った仕方で説明しなさい。

[2]

ある小さな工場では二種類の薬品AとBを製造している。そしてそれだけを製造している。これらはどちらも無色透明の液体で，見た目では区別がつかない。また，人間の鼻ではどちらもほとんど無臭であり，かぎ分けることもできない。もちろん，厳密な化学検査をすれば判別できるのだが，それには時間がかかる。そこで，この工場の経営者は人間よりも嗅覚の優れた犬を訓練して，AとBをかぎ分けさせようと考えた。そして，犬がサンプルをAだと判断したら３回「ワン」と吠え，Bだと判断したらしっぽを振るように訓練することに成功した。この結果，犬は90%の確率で与えられたサンプルがAかBを正しく判別できるようになった。

ある日，警備員が，薬品を出荷したのちの倉庫を点検していたら，搬出ミスにより薬品の入った瓶が一つだけ残っていることに気づいた。もちろんAかBのいずれかが入っているのだが，人間にはどちらかはわからない。そこでその警備員は瓶の中身を犬に嗅がせてみた。犬は３回「ワン」と吠えた。警備員は犬の高い判別能力を知っていたので，彼は，わずかな間違いの可能性は残るが，この瓶にはAが入っていると判断して良いと考え，経営者に「一瓶残っていました。中身は恐らくAです」と報告した。

じつは，この警備員の推論には大きな誤りがある。それは何だろうか。最も重大と思われるものを指摘しなさい。

[3]

以下の前提(a)-(f)が与えられているとする。

(a) トミーはウィルが発見したある真理を知っている。
(b) ウィルはウィルの発見した真理のいずれかを知るすべてのものに愛されている。
(c) ウィルが愛しているのは宇宙人かロボットだけだ。
(d) 自分自身を愛しているものは寿司職人でもロボットでもない。
(e) 自分で発見した真理を知らないものはいない。
(f) すべての真理は誰かが発見したものである。

(1)このとき，以下の結論のうち上の前提から論理的に導かれるものをすべて選び，それぞれについて，なぜそれが導かれるのかを詳しく述べなさい。

(i) ウィルが愛しているロボットがいる。
(ii) ウィルを愛している宇宙人がいる。
(iii) トミーとウィルは互いを愛している。
(iv) どのロボットも宇宙人ではない。
(v) トミーが愛している寿司職人でないものが存在する。

(2) 前提(a)を次の(a')に置き換えたとしよう。

(a') トミーはウィルだけが知っているある真理を知っている。

このとき(a)-(f)からは導かれず，(a')と(b)-(f)からは導かれる結論を(i)-(v)から一つ選び，なぜそれが導かれるのかを詳しく述べなさい。