平 成 ２ ９ 年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
複 雑 系 科 学 専 攻
入 学 試 験 問 題

専　　　　門

平成２８年８月４日（木）
１２：３０～１５：３０

注 意 事 項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．外国人留学生は、日本語から母語への辞書１冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。

４．問題冊子、解答用紙３枚、草稿用紙３枚が配布されていることを確認すること。

５．問題は数１・数２(数学の基礎)、物１～物４(物理学の基礎)、化１～化５(化学の基礎)、生１～生３(生物学の基礎)、地１・地２(地球科学の基礎)、情１～情３(情報学の基礎)、人１・人２(人類学の基礎)、工１～工３(工学の基礎)、論理的思考(クリティカルシンキング)の２５問がある。このうち<u>３問を選択して</u>解答すること。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。

６．全ての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。
解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

７．解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。
ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。

８．解答用紙は必ず解答時間中にホチキスを外してばらしておくこと。

９．解答用紙は試験終了後に３枚とも提出すること。

１０．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

数 1

[1] 2次元ベクトル空間 V を定義域として V を値域とする線形な関数 $\boldsymbol{f}: V \to V$ は,

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

に対して，それぞれ

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

となる。次の小問に答えよ。

1) 任意の $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in V$ に対する $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ を行列を用いて表せ。

2) $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ に対して,

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}$$

を満たす $\boldsymbol{x}$ を求める方程式を考える。1) で $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ を表すのに用いた行列は対角行列ではない。$\boldsymbol{x}$ に適当な線形変換を施した $\boldsymbol{y} \in V$ を用いて，この方程式を対角行列を用いた方程式にかきかえよ。

[2] 3次元ベクトル空間 U 上の任意の $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in U$ に対して，関数

$$p(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$$

が与えられているとする。次の小問に答えよ。

1) $\boldsymbol{x}$ における p の勾配 $\boldsymbol{\nabla} p$ を求めよ。

2) $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ における p の $\boldsymbol{d} = \dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 方向に対する方向微分係数

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s}(\boldsymbol{x}_0) = \lim_{s \to 0} \frac{p(\boldsymbol{x}_0 + s\boldsymbol{d}) - p(\boldsymbol{x}_0)}{s}$$

を求めよ。

3) 2) の $\boldsymbol{x}_0$ において，p の等値面に対して p の値が増加する方向を向いた法線を考える。その法線に対する p の方向微分係数を求めよ。

数 2

[1] 熱いコーヒーを外気にさらしておくと，コーヒーの温度は次第に下がっていく。この現象を次のように考えよう。

1）時刻 t でのコーヒーの温度を $T(t)$，外気の温度は常に一定で $T_{\mathrm{E}} > 0$ であるとする。コーヒーの温度は，コーヒーの温度と外気の温度との差に比例する速度で下がっていくものとして，$T(t)$ が満たす微分方程式を，$T(t)$，T_{E} および適当な比例定数を用いて書け。

2）入れたてのコーヒーの温度を $T(0) = T_0 > T_{\mathrm{E}}$ として $T(t)$ を t の関数で表せ。

3）前問 2) で求めた $T(t)$ を t の関数として図示せよ。

[2] 微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} - y = f(x)$$

について考えよう。ここで，y は x の一変数関数である。以下のそれぞれの $f(x)$ の場合について，この微分方程式の一般解を求めよ。ただし，e は自然対数の底である。

1）$f(x) = 0$

2）$f(x) = 3\mathrm{e}^{2x}$

3）$f(x) = \mathrm{e}^{x}$

[3] 時間 t を独立変数とする 2 つの未知関数 $x(t)$，$y(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= y \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= x - x^3 \end{aligned} \tag{1}$$

を考えよう。

1）一般に $x-y$ 平面上の点 $(x(t),\ y(t))$ は連立微分方程式 (1) に従って時間とともに動くが，時間が経過しても移動しない点を不動点と呼ぶことにする。この連立微分方程式 (1) の不動点を全て求めよ。

2）前問 1) で求めた不動点のうち，x 座標が正のものを (x^*, y^*) とする。この不動点の近傍での点 $(x(t),\ y(t))$ の振る舞いを考えよう。そのために，

$$\begin{aligned} x(t) &= x^* + u(t) \\ y(t) &= y^* + v(t) \end{aligned}$$

のように $u(t)$，$v(t)$ を導入する。ただし，$|u(t)|, |v(t)| \ll 1$ である。連立微分方程式 (1) を線形近似して，$u(t)$，$v(t)$ が満たす連立微分方程式を求めよ。

3）$u(t)$，$v(t)$ を任意定数を含む t の関数として求めよ。

4）不動点 $(x^*,\ y^*)$ の近傍での点 $(x(t),\ y(t))$ の軌道はどのような形になるか，数式を用いて説明せよ。

物 1

図のような x-y 平面の原点 $O=(0,0)$ を中心とする半径 R の半円周上を, 質量 m の質点が滑らかに運動する系を考える。原点 O と質点を結ぶ線分と y 軸とのなす角度を ϕ $\left(-\frac{\pi}{2}<\phi<\frac{\pi}{2}\right)$ とし, 質点が最下点の位置 $(0,-R)$ にあるときを $\phi=0$ とする。ϕ の正の向きは反時計回りとする。重力加速度を g とする。以下の問に答えよ。

[1] 質点の位置座標 (x,y) を R および ϕ を用いて表せ。

[2] この系の運動エネルギー $K(\dot{\phi})$ およびポテンシャルエネルギー $V(\phi)$ を求めよ。ただし $\dot{\phi}\equiv\frac{d\phi}{dt}$ であり, $\phi=0$ を $V(\phi)$ の基準にとるものとする。

[3] 問 [2] で求めた K, V よりラグランジアン L を構成し, オイラー・ラグランジュ方程式を利用して ϕ に関する運動方程式を求めよ。

[4] この系の全エネルギー $E\equiv K+V$ は保存されることを示せ。

[5] 問 [3] で求めた ϕ の運動方程式の解を考える。ただし本問 [5] では $|\phi|$ は十分に小さいと仮定し, $\sin\phi\simeq\phi$, $\cos\phi\simeq 1-\frac{\phi^2}{2}$ と近似してから計算すること。

1) 一般解 $\phi(t)$ を求めよ。またその周期 T を求めよ。

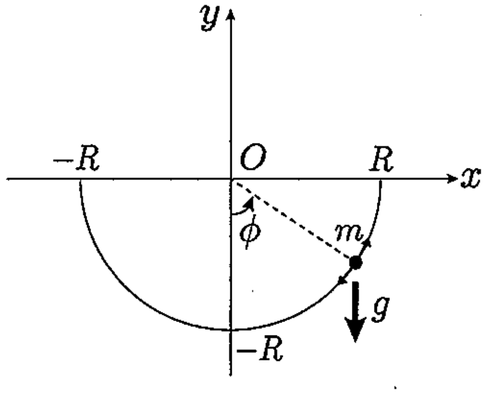
2) $t=0$ における初期条件 $\phi(0)=\delta$, $\dot{\phi}(0)=0$ を満たす解 $\phi(t)$ を求めよ。

3) 問 2) で求めた解 $\phi(t)$ を用いて, 系の周期 T にわたる運動エネルギーの時間平均 $\bar{K}\equiv\frac{1}{T}\int_0^T K\,dt$ およびポテンシャルエネルギーの時間平均 $\bar{V}\equiv\frac{1}{T}\int_0^T V\,dt$ の値をそれぞれ求めよ。

[6] $t=0$ における初期条件 $\phi(0)=\phi_0>0$, $\dot{\phi}(0)=0$ から動き出す質点の運動を考える。

1) エネルギー保存則より, 質点が角度 ϕ を通過するときの速さ $v(\phi)$ を求めよ。

2) 最初に $\phi=0$ に到達するのに要する時間 t_b を ϕ に関する定積分を用いて表せ。



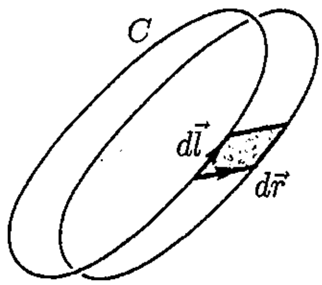
物 2

電磁誘導は，閉回路を貫く磁束ψが変化すると，その変化を妨げる方向に電流を流そうとする起電力$\phi=-\dfrac{d\psi}{dt}$が発生する，という現象である。なお，計算の過程で，公式$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})=\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$を使って良い。

[1] 磁場（磁束密度）は時間変化せず一定で，回路が運動することにより回路が囲む磁束が変化する場合を考える。

1）磁場$\vec{B}$中で，図に示すように閉回路Cを形を変えずに微小変位ベクトル$d\vec{r}$動かしたとする。回路の微小ベクトル$d\vec{l}$と変位ベクトル$d\vec{r}$がつくる微小面積を貫く磁束を求めよ。

2）回路Cを貫く磁束の時間変化を求めよ。ただし，磁場$\vec{B}$は時間変化しないことに注意せよ。



[2] 回路Cの動く速度を$\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v}$とする。

1）電磁誘導の法則により回路Cに生じる起電力ϕを求めよ。

2）回路に発生する電場$\vec{E}$により起電力は$\phi=\int_C\vec{E}\cdot d\vec{l}$と表される。$\vec{E}$を求めよ。

3）このとき，回路（導体）中の自由電子（電荷qの荷電粒子）に働くローレンツ力$\vec{F}_L$を求めよ。

[3] 前問までの考察により，質量m，電荷qの荷電粒子が速度$\vec{v}=(v_x,v_y,v_z)$で磁場中を運動するとき，この荷電粒子に対する運動方程式は，$m\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}_L$であることがわかった。以下では，荷電粒子が一様磁場中を運動する場合を考える。磁場$\vec{B}$の方向をz軸方向にとる。z軸方向の単位ベクトルを$\vec{e}_z$とし，$\vec{B}=B\vec{e}_z=(0,0,B)$である。

1）運動方程式から，$\vec{v}\cdot\dfrac{d\vec{v}}{dt}=0$および$\vec{e}_z\cdot\dfrac{d\vec{v}}{dt}=0$を導け。それにより，$v=|\vec{v}|$および$v_z$が一定になることを示せ。

2）$\vec{v}=(v_x,v_y,v_z)$の各成分に対する運動方程式を書き下せ。

3）初速度$\vec{v}_0=(v_{x0},v_{y0},v_{z0})$として，解$\vec{v}(t)=(v_x(t),v_y(t),v_z(t))$を求めよ。

4）初期位置$\vec{r}_0=(x_0,y_0,z_0)$として，軌跡$\vec{r}(t)=(x(t),y(t),z(t))$を求めよ。

5）以上の結果より，荷電粒子はどういう運動をするか説明せよ。

物3

$i=\sqrt{-1}$ は虚数単位，a,b,c,d は実数であり，$b \geq 0$ とする。演算子（行列）$\hat{A}, \hat{B}$ を

$$\hat{A}=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, \qquad \hat{B}=\begin{pmatrix} c & -id \\ id & c \end{pmatrix}$$

と定める。以下の問に答えよ。

[1] 演算子 $\hat{A}$ の2つの固有値と，それぞれに属する規格化された固有ベクトルを求めよ。ただし，$\hat{A}$ の固有値 a_1, a_2 を $a_1 \geq a_2$ となるように並べよ。

[2] 状態ベクトル

$$|\xi\rangle=\begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

において物理量 $\hat{A}$ を測ったときに測定値として a_1, a_2 を得る確率 p_1, p_2 をそれぞれ求めよ。

[3] 演算子 $\hat{B}$ の2つの固有値と，それぞれに属する規格化された固有ベクトルを求めよ。

[4] $\hat{A}$ と $\hat{B}$ の交換子 $[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$ を求めよ。

[5] 演算子 $\hat{A}, \hat{B}$ の同時固有ベクトルが存在するための必要十分条件を求めよ。

[6] h をプランク定数とし，$\hbar=h/(2\pi)$ とおく。ω は実数で $\omega>0$ とする。状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ に対するシュレーディンガー方程式

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle=\hat{H}|\psi(t)\rangle, \qquad |\psi(t)\rangle=\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix}, \qquad \hat{H}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\hbar\omega & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\hbar\omega \end{pmatrix}$$

の初期値問題を解け。

[7] 時刻0における状態ベクトルが $|\psi(0)\rangle=|\xi\rangle$ であった場合，時刻 t に物理量 $\hat{A}$ を測ったときに測定値として a_1, a_2 を得る確率 $p_1(t), p_2(t)$ をそれぞれ求めよ。

[8] 関数 $p_1(t), p_2(t)$ のグラフを描け。グラフの横軸・縦軸に適切な数値や文字も書け。

物4

[1] 互いに相互作用しない多数の粒子があり，各粒子のエネルギーは$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_m$という$m$通りの値のどれかをとるとする。これらの粒子からなる系が絶対温度Tの熱浴と接触して平衡状態にある。1つの粒子がエネルギーε_rを持つ確率p_rは$e^{-\beta\varepsilon_r}$に比例する。ただし，βは，ボルツマン定数k_Bと絶対温度Tを用いて$\beta = 1/(k_\mathrm{B}T)$と定められる。分配関数

$$Z(\beta) = \sum_{r=1}^{m} e^{-\beta\varepsilon_r}$$

を用いて，粒子1個あたりの平均エネルギー$\langle\varepsilon\rangle$を表す式を書け。

[2] さらに，Δを正の一定値として，各粒子のエネルギーは

$$\varepsilon_r = (r-1)\Delta \qquad (r = 1, 2, \cdots, m)$$

というm通りの値をとり得るとする。$k_\mathrm{B}T_\mathrm{c} = \Delta$とおいて特性温度$T_\mathrm{c}$を定める。以下の問に答えよ。

1) mは有限として，この粒子に対する分配関数$Z_m(\beta)$を求めよ。$m \to \infty$とした場合の極限$Z_\infty(\beta)$も求めよ。

2) mは有限として，粒子1個あたりの平均エネルギー$\langle\varepsilon\rangle$を絶対温度$T$の関数として求めよ。

3) $m \to \infty$とした場合の平均エネルギー$\langle\varepsilon\rangle$を$T$の関数として求めよ。

4) mは有限として，Tが0に近づくときの$\langle\varepsilon\rangle$の極限値を求めよ。

5) mは有限として，$T \to \infty$としたときの$\langle\varepsilon\rangle$の極限値を求めよ。ただし，実数$x$が0に近いときに近似的に成り立つ式

$$\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} = \frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} + O(x)$$

を使ってもよい。ここで$O(x)$はxについて1次以上の項。

6) Tの関数として$\langle\varepsilon\rangle$のグラフの概形を描け。$m = 2, 3, 4, \cdots, \infty$と変えて行ったとき$\langle\varepsilon\rangle$のグラフがどう変わるかわかるように描け。グラフの横軸と縦軸に目安となる値（あるいは数式）も書け。

7) mは有限として，粒子1個あたりの比熱$C = \dfrac{\partial\langle\varepsilon\rangle}{\partial T}$を$T$の関数として求めよ。

8) $m \to \infty$とした後で$T \to \infty$としたときのCの極限値を求めよ。

9) Tの関数として比熱Cのグラフの概形を描け。$m = 2, 3, 4, \cdots, \infty$と変えて行ったとき$C$のグラフがどう変わるかわかるように描け。グラフの軸に目安となる値（数式）も書け。

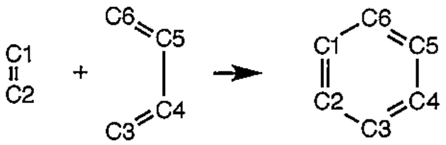
化１

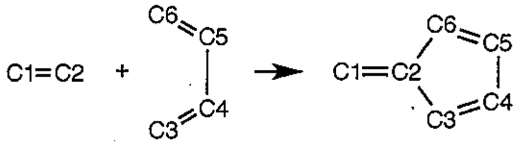
次の文章を読み，以下の問［１］から［６］に答えよ。なお，数値で解答する場合は，小数点以下２桁まででよい。

量子化学計算法の１つである単純ヒュッケル法では，xy 平面上にある平面分子の π 型の分子軌道 ϕ_i は分子平面に垂直な $2p_z$ 軌道の線形結合で表される。例えば，６個の炭素原子に拡がるベンゼンの π 型分子軌道は式（１）で表される。

$$\phi_i = c_{i,1}\chi_1 + c_{i,2}\chi_2 + c_{i,3}\chi_3 + c_{i,4}\chi_4 + c_{i,5}\chi_5 + c_{i,6}\chi_6 \qquad (1)$$

ここで，i は分子軌道の番号，χ_r は r 番目の原子の $2p_z$ 軌道，$c_{i,r}$ はその分子軌道係数である。ヒュッケル法を用いて求めたエチレンとブタジエンの π 型分子軌道と軌道エネルギーを表１に示す。ここで，α は炭素原子の $2p_z$ 軌道のクーロン積分，β は隣接炭素原子の $2p_z$ 軌道間の共鳴積分である($\beta<0$)。また，ベンゼンとその異性体であるフルベンの π 型分子軌道と軌道エネルギーを表２に示す。a)ベンゼンやフルベンの π 型分子軌道は，下に示すようにブタジエン部分（C3=C4-C5=C6）とエチレン部分（C1=C2）の π 型分子軌道が相互作用してできたものと考えることができる。





［１］ 単純ヒュッケル法では，どの炭素原子の間で相互作用が起こっているかを考えれば永年行列式を書き下すことができる。これに従い，クーロン積分 α と共鳴積分 β を用いてフルベンの永年行列式を示せ。

［２］ 図１を参考にして，フルベンの最高被占軌道(HOMO)と最低空軌道(LUMO)を図示せよ。

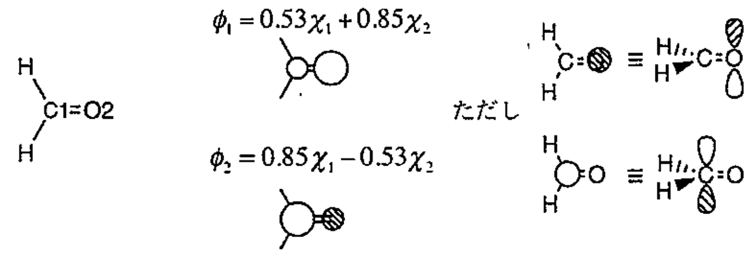


図１．分子平面上から見たホルムアルデヒドの π 型分子軌道。
白抜きは軌道が正の符号を，斜線は負の符号を持つことを表す。

［３］ 下線 a)で示した相互作用によってもたらされる π 電子の全エネルギーの変化量（共鳴エネルギー）を，ベンゼンとフルベンのそれぞれについて求め，比較せよ。

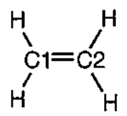
［４］ ベンゼンと比べて異性体であるフルベンの π 電子系は不安定である。これは，フルベンの ϕ_3 軌道が，ブタジエンの ϕ_2 軌道と比べて形やエネルギーに変化がなく安定化していないことによる。変化が生じない理由について，ブタジエン部分とエチレン部分

の間での軌道の相互作用に基づいて述べよ。

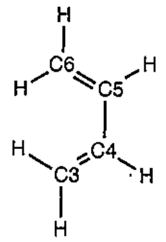
［５］ フルベンの５員環部分の炭素原子 C2 から C6 までの π 電子密度の和を求め，５員環部分が負電荷を持つことを示せ。そのような電荷分布を持つ理由について説明せよ。

［６］ フルベンの第一励起エネルギーを求めよ。この励起に伴い，分子内でどのような電子の移動が起こるか述べよ。

表１　エチレンとブタジエンの π 型分子軌道と軌道エネルギー



エチレン

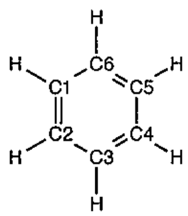


ブタジエン（*cis*）

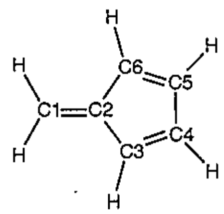
π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.71\chi_1 + 0.71\chi_2$	$\varepsilon_1 = \alpha + \beta$
$\phi_2 = 0.71\chi_1 - 0.71\chi_2$	$\varepsilon_2 = \alpha - \beta$

π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.37\chi_3 + 0.60\chi_4 + 0.60\chi_5 + 0.37\chi_6$	$\varepsilon_1 = \alpha + 1.62\beta$
$\phi_2 = 0.60\chi_3 + 0.37\chi_4 - 0.37\chi_5 - 0.60\chi_6$	$\varepsilon_2 = \alpha + 0.62\beta$
$\phi_3 = 0.60\chi_3 - 0.37\chi_4 - 0.37\chi_5 + 0.60\chi_6$	$\varepsilon_3 = \alpha - 0.62\beta$
$\phi_4 = 0.37\chi_3 - 0.60\chi_4 + 0.60\chi_5 - 0.37\chi_6$	$\varepsilon_4 = \alpha - 1.62\beta$

表２　ベンゼンとフルベンの π 型分子軌道と軌道エネルギー



ベンゼン



フルベン

π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.41\chi_1 + 0.41\chi_2 + 0.41\chi_3$ $+ 0.41\chi_4 + 0.41\chi_5 + 0.41\chi_6$	$\varepsilon_1 = \alpha + 2.00\beta$
$\phi_2 = 0.50\chi_1 + 0.50\chi_2$ $- 0.50\chi_4 - 0.50\chi_5$	$\varepsilon_2 = \alpha + 1.00\beta$
$\phi_3 = 0.29\chi_1 - 0.29\chi_2 - 0.58\chi_3$ $- 0.29\chi_4 + 0.29\chi_5 + 0.58\chi_6$	$\varepsilon_3 = \alpha + 1.00\beta$
$\phi_4 = 0.29\chi_1 + 0.29\chi_2 - 0.58\chi_3$ $+ 0.29\chi_4 + 0.29\chi_5 - 0.58\chi_6$	$\varepsilon_4 = \alpha - 1.00\beta$
$\phi_5 = 0.50\chi_1 - 0.50\chi_2$ $+ 0.50\chi_4 - 0.50\chi_5$	$\varepsilon_5 = \alpha - 1.00\beta$
$\phi_6 = 0.41\chi_1 - 0.41\chi_2 + 0.41\chi_3$ $- 0.41\chi_4 + 0.41\chi_5 - 0.41\chi_6$	$\varepsilon_6 = \alpha - 2.00\beta$

π 型分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = 0.25\chi_1 + 0.52\chi_2 + 0.43\chi_3$ $+ 0.39\chi_4 + 0.39\chi_5 + 0.43\chi_6$	$\varepsilon_1 = \alpha + 2.11\beta$
$\phi_2 = 0.50\chi_1 + 0.50\chi_2$ $- 0.50\chi_4 - 0.50\chi_5$	$\varepsilon_2 = \alpha + 1.00\beta$
$\phi_3 = 0.60\chi_3 + 0.37\chi_4$ $- 0.37\chi_5 - 0.60\chi_6$	$\varepsilon_3 = \alpha + 0.62\beta$
$\phi_4 = 0.75\chi_1 - 0.19\chi_2 - 0.35\chi_3$ $+ 0.28\chi_4 + 0.28\chi_5 - 0.35\chi_6$	$\varepsilon_4 = \alpha - 0.25\beta$
$\phi_5 = 0.37\chi_3 - 0.60\chi_4$ $+ 0.60\chi_5 - 0.37\chi_6$	$\varepsilon_5 = \alpha - 1.62\beta$
$\phi_6 = 0.36\chi_1 - 0.66\chi_2 + 0.44\chi_3$ $- 0.15\chi_4 - 0.15\chi_5 + 0.44\chi_6$	$\varepsilon_6 = \alpha - 1.86\beta$

化２

次の文章を読んで，以下の問に答えよ。

一般に，化学反応は反応物から生成物へと進む正反応だけが起こっているわけではなく，（ア）反応も同時に起こっている。ところが，実験に用いる温度や圧力のもとで，平衡がいちじるしく（イ）物の側に片寄っている場合には，反応は正方向にだけ起こっているといってもよい。しかし，反応が平衡に達したとき，反応物の濃度が無視できないほど大きい場合には，実験によく合う速度式を導くために逆反応の速度も考慮しなくてはならない。このような反応を（ウ）反応という。

1899 年，Max Bodenstein は，水素とヨウ素の（ウ）反応

$$H_2 + I_2 \underset{k_b}{\overset{k_a}{\rightleftarrows}} 2HI \tag{1}$$

を研究して，HI の生成速度が

$$\frac{d[HI]}{dt} = 2k_a[H_2][I_2] - 2k_b[HI]^2 \tag{2}$$

で表されることを見出した。このとき，正反応は，$[H_2]$ と $[I_2]$ のそれぞれについて一次，また（ア）反応は，$[HI]$ について（エ）次の，典型的な（エ）次反応の例となっている。ここで，k_a と k_b は，それぞれ正反応と（ア）反応の速度定数を表す。

次いで，彼は，水素と臭素の化学反応

$$H_2 + Br_2 \rightarrow 2HBr \tag{3}$$

についても，HBr の生成速度が

$$\frac{d[HBr]}{dt} = 2k'_a[H_2][Br_2] - 2k'_b[HBr]^2 \tag{4}$$

となることを予想して調べたところ，HBr の生成速度は，（４）式とは全く異なった次式

$$\frac{d[HBr]}{dt} = \frac{k_c[H_2][Br_2]^{1/2}}{k_d + [HBr]/[Br_2]} \tag{5}$$

でうまく表されることを経験的に見出した。一体，どうしてなのだろうか？

それから 13 年の後，ようやく，（５）式で表される複雑な速度式は，次のような一連の複数の化学反応が段階的に起こるものとして理解されるに至った。

（A）$Br_2 \xrightarrow{k_1} 2$（あ）　　（開始）　　（６）

（B）$Br + H_2 \xrightarrow{k_2} HBr + H$　　（成長）　　（７）

次頁へ続く

（C） $H+Br_2 \xrightarrow{k_3} HBr+Br$ （8）

（D） $H+HBr \xrightarrow{k_4} H_2+Br$ （阻害） （9）

（E） $2Br \xrightarrow{k_5}$ $\boxed{（い）}$ （停止） （10）

このように一連の化学反応群が組み合わさり連なって，一つの閉じた逐次反応を構成するとき，それを$\boxed{（オ）}$反応という。これらの反応の$\boxed{（オ）}$において，HBr の生成速度は

$$\frac{d[HBr]}{dt}=k_2\Big(\quad （う） \quad\Big)+k_3[H][Br_2]-k_4\Big(\quad （え） \quad\Big) \qquad （11）$$

で表される。ここで，H と Br が，常に，安定な H_2，Br_2，HBr よりも低濃度で存在することが仮定できるので，反応の初期と終期以外では，[H] と [Br] は時間に依存しない$\boxed{（カ）}$値をとると考えられる。こうした仮定に基づく近似を$\boxed{（カ）}$状態近似といい，その方法を$\boxed{（カ）}$状態法という。

この$\boxed{（カ）}$状態法を用いると，

$$\frac{d[Br]}{dt}=2k_1[Br_2]-k_2[Br][H_2]+k_3[H][Br_2]+k_4[H][HBr]-2k_5[Br]^2=0 \qquad （12）$$

$$\frac{d[H]}{dt}=k_2[Br][H_2]-k_3[H][Br_2]-k_4[H][HBr]=0 \qquad （13）$$

とおけるので，[Br] と [H] について解くと，それぞれ

$$[Br]=(\boxed{（お）})^{1/2}[Br_2]^{1/2} \qquad （14）$$

$$[H]=k_2\frac{(\boxed{（お）})^{1/2}[H_2][Br_2]^{1/2}}{k_3[Br_2]+k_4[HBr]} \qquad （15）$$

となる。最終的に，これらを用いて（11）式を整理すると，HBr の生成速度は

$$\frac{d[HBr]}{dt}=\frac{2(\boxed{（か）})(\boxed{（お）})^{1/2}[H_2][Br_2]^{1/2}}{k_3/k_4+[HBr]/[Br_2]} \qquad （16）$$

で表され，

$$k_c=2(\boxed{（か）})(\boxed{（お）})^{1/2} \qquad （17）$$

$$k_d=k_3/k_4 \qquad （18）$$

とおくと，経験式（5）にぴったりと一致することが分かる。

次頁へ続く

［1］ (2)式において十分時間が経ったとき，$[H_2]$，$[I_2]$，$[HI]$それぞれの平衡濃度を$[H_2]_{eq}$，$[I_2]_{eq}$，$[HI]_{eq}$で表すと，比k_a / k_bは$[H_2]_{eq}$，$[I_2]_{eq}$，$[HI]_{eq}$を用いてどのように表せるか。

［2］ ［1］で求めた比k_a / k_bに等しい反応固有の定数のことを何というか記せ。

［3］ $\boxed{（ア）}$から$\boxed{（カ）}$に適切な語句を入れよ。

［4］ $\boxed{（あ）}$から$\boxed{（か）}$に適切な式（化学式，数式など）を入れよ。

化３

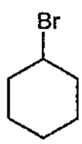
［１］ シクロアルカンについて以下の問いに答えなさい。

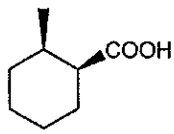
1）シクロアルカンが平面構造をとるとすると，炭素数が３，４，５，６のシクロアルカンの結合角はそれぞれ 60°，90°，108°，120° と計算される。sp^3混成軌道の結合角は 109.5° であり実際にシクロペンタンの結合角がこの値と最も近い。このことから過去に，シクロペンタンが上記４種のシクロアルカンのうちで最も安定であると予想した研究者がいる。しかし，実際にはそうでないことが現在では明らかになっている。この予想はどこが間違っていたのか説明しなさい。

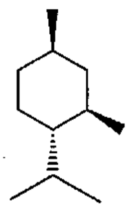
2）炭素数がそれぞれ３，４，５，６のシクロアルカンのうち，最も安定な分子はどれか。ただし，安定性はCH_2基ひとつあたりの燃焼熱の比較で表される。

3）炭素数が７から 10 程度のシクロアルカンは中員環と呼ばれ，環化による合成が比較的困難とされる。その理由を述べなさい。

4）次の化合物の最安定立体配座（コンフォメーション）を書きなさい。

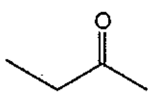


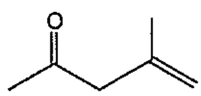


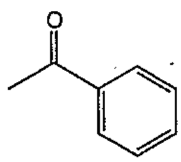


［２］一般にケトンはエノール型互変異性体との平衡下にある。この平衡について次の問いに答えなさい。

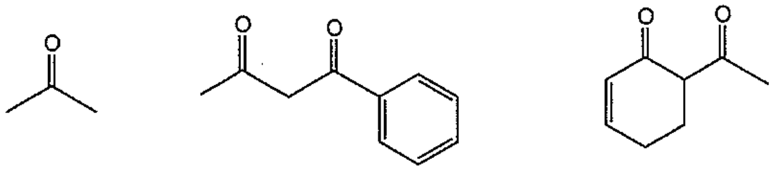
1）次の化合物についてそれぞれのエノール型互変異性体を全て書きなさい。







2）次の３種類のカルボニル化合物について，エノール型の割合の多い順に並べなさい。その理由を述べなさい。



［３］カルボン酸の誘導体としてエステルとアミドがある。これらについて次の問いに答えなさい。

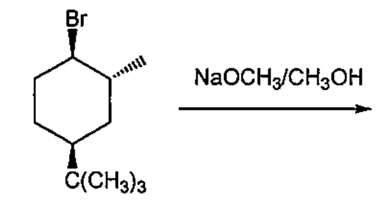
1） エステルおよびアミドの一般構造式を書きなさい。ただし，カルボン酸を RCOOH，アルコールを R'OH，アミンを $R''NH_2$ とする。

2）エステルおよびアミドの加水分解は，酸性条件，塩基性条件のいずれでも可能であるが，一般的にはエステルは塩基性条件で，アミドは酸性条件で行う。この理由を述べなさい。

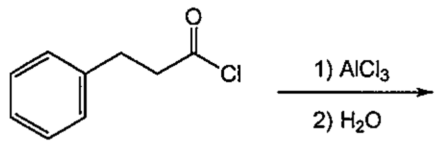
化４

［１］以下に記載の反応式から２問を選択し，主生成物とそれを与える反応機構について説明しなさい（解答用紙には選択した問題番号を記載すること）。

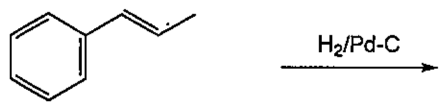
１）



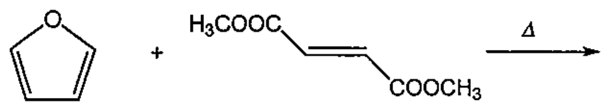
２）



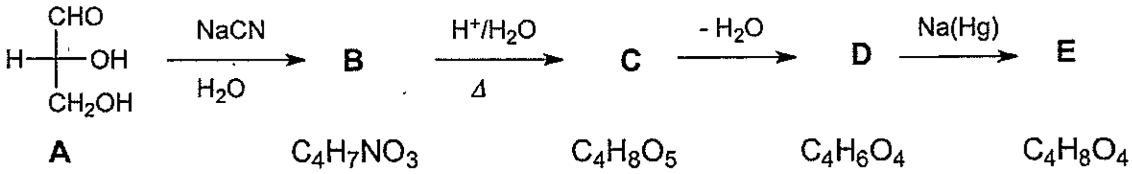
３）



４）



［2］ グルコースの構造は，フィッシャーらによって D-グリセルアルデヒド(**A**)から合成により決定された。この業績によりフィッシャーは 1902 年にノーベル化学賞を受賞した。その反応について，以下の問いに答えなさい。ただし，全ての構造はフィッシャー投影式で書かれている。

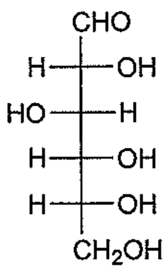


1）**B** の構造式を書きなさい。**A** から **B** への反応機構を示しなさい。

2）**C** の構造式を書きなさい。

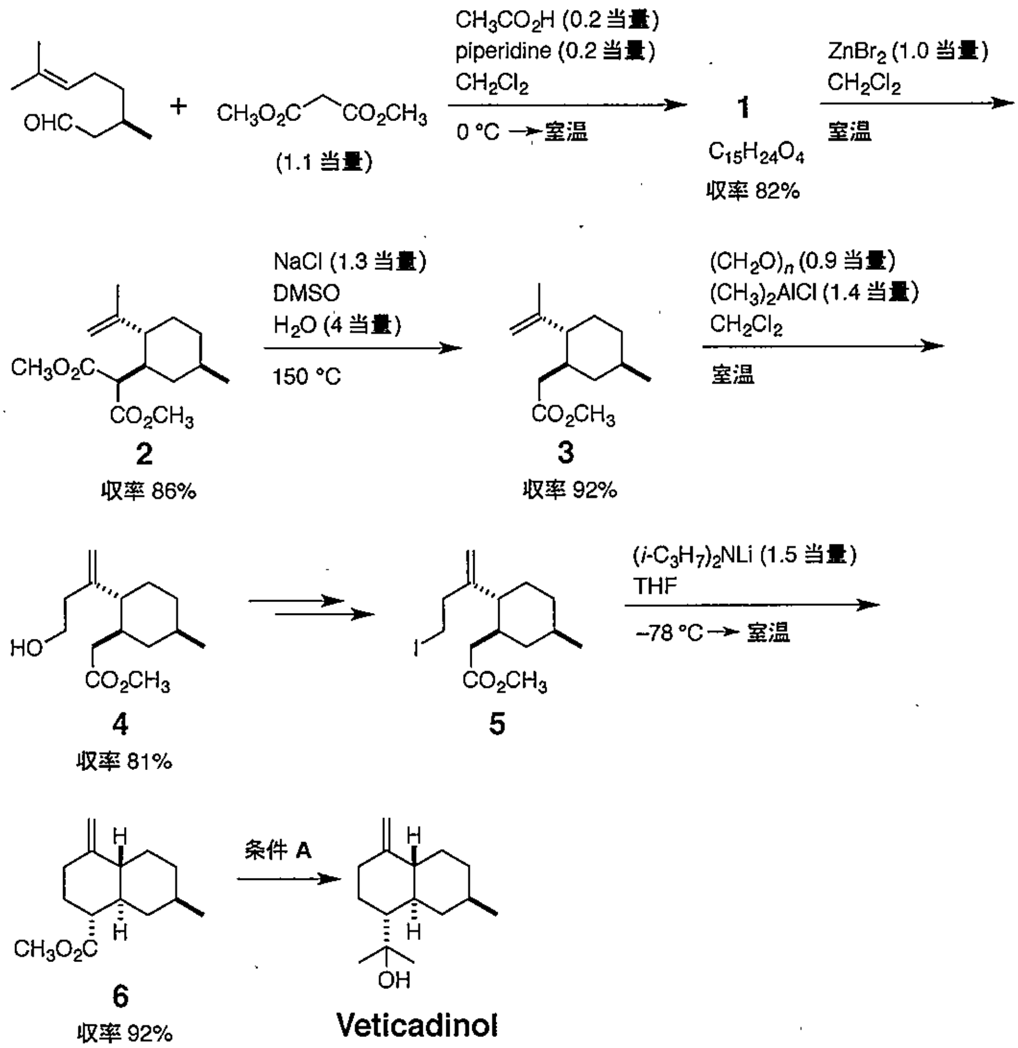
3）化合物 **B**, **C**, **D**, **E** はそれぞれ，ジアステレオマー（ジアステレオ異性体）混合物として得られる。ジアステレオマーとはどういうものか説明しなさい。さらに，**E** の分離方法を考察して述べなさい。

4）グルコース（下図）の合成は，**E** を分離した後，片方のジアステレオマーを用いて上記反応を２回繰り返すことにより達成された。グルコース合成の最終段階で得られるジアステレオマーのうち，グルコースで無い化合物の構造式を書きなさい。さらに，当該ジアステレオマーがピラノース構造をとった時の最安定立体配座（コンフォメーション）を書きなさい。



化 5

[1] セスキテルペン類に属する **Veticadinol** の合成に関する以下の問いに答えなさい。反応機構を解答する際には，電子の流れを示す矢印を用いること。



1）　化合物 **1** の構造を反応機構とともに書きなさい。

2）　化合物 **1** から化合物 **2** が生成する反応の機構を書きなさい。

3）　化合物 **2** から化合物 **3** が生成する反応の機構を書きなさい。

4）　化合物 **4** から化合物 **5** を効率良く合成する反応条件を書きなさい。ただし，反応は 1 段階とは限らない。

5）　条件 **A** として適切な試薬を書きなさい。また，化合物 **6** に対する必要最低限の当量を答えなさい。

生１

次の文を読み各問に答えよ。

原核生物のRNAポリメラーゼは，そのサブユニットの１つである［ア］がプロモーターの［イ］に結合することにより，ゲノムDNA上で定位する。RNAポリメラーゼは，次に近傍の二重鎖DNAを２本の一本鎖DNAへと開裂して，片方の一本鎖DNAを［ウ］として用いてRNA合成を始める。この転写開始の効率は，プロモーター付近にある［エ］を特異的に認識する［オ］の働きにより，細胞の栄養状態や環境等の変化に応じて調節されている(a)。真核生物のRNAポリメラーゼは，［カ］と呼ばれる多くのタンパク質因子と共にプロモーターに集まり，［キ］を形成して転写を始める。真核生物の［オ］は，RNAポリメラーゼや［カ］に直接作用して転写を調節することもあるが，プロモーター付近のクロマチン構造に変化を与えることにより，間接的に転写を調節する(b)ことも知られている。

［１］次の語群から適切な語を選び，文中のカッコに入れよ。
［-10配列と-35配列，TATAボックス，調節DNA配列（*cis*調節因子），鋳型鎖，センス鎖，シグマ因子，転写基本因子群，転写開始複合体，転写調節因子（遺伝子調節タンパク質），TATAボックス結合タンパク質］

［２］下線（a）の調節の仕組みを，具体例を１つ挙げて４００字程度で説明せよ。

［３］下線（b）の調節の仕組みを，下記の語群の語を用いて４００字程度で説明せよ。
［クロマチン再構成複合体，ヒストン尾部，ヒストン修飾酵素，アセチル化，メチル化，特定のヒストン修飾パターン，凝縮，脱凝縮］

生２

以下の（a）～（d）の実験方法から２つを選び，それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いてもよい。

（a）酵母２ハイブリッド法（Yeast two-hybrid system）
（b）塩基配列決定法（ジデオキシ法）
（c）免疫共沈降法
（d）DNA マイクロアレイ解析

［１］目的を２０字から４０字程度で説明せよ。

［２］原理を２００字から３００字程度で説明せよ。

［３］手順を３００字から４００字程度で説明せよ。

生３

［１］空欄に適切な語を入れて文章を完成させよ。

生命を構成するために必要な遺伝情報のことをゲノムという。ヒトのゲノムは今世紀初めに解読された。ヒトのゲノムは４６本の[ア]から構成されていて，２３本は母由来，２３本は父由来である。[ア]は主に DNA という核酸と[イ]というタンパク質から構成されていて，DNA の部分が遺伝情報を担っている。DNA の核酸塩基（フルネーム）としては，[ウ]系の[エ]，[オ]，[カ]系の[キ]，[ク]の４種類が利用されている。[エ]と[キ]，[オ]と[ク]の間で特異的な[ケ]結合が形成されることが，DNA を遺伝情報の媒体として利用する本質である。ヒトのゲノムは[コ]個ほどのタンパク質配列をコードしている。この領域を[サ]フレームと言うが，これらはヒトのゲノム全体の数パーセントでしかない。メッセンジャーRNA を作成する時は，タンパク質配列をコードしていない[シ]を除き，コードしている[ス]をつなげる[セ]を行う必要がある。[ス]を増減するなどしてメッセンジャーRNA を変化させることを[ソ]という。[ソ] は，[シ]のあるゲノムを持つ[タ]が，遺伝子の多様性を生み出す方法と考えられている。近年，タンパク質をコードしていない領域もかなり多く[チ]されていることが発見された。これらは[ツ]RNA と呼ばれており，遺伝子発現制御に関与していることが指摘されている。また，ゲノム中にある[テ]領域はマイクロサテライトと呼ばれており，最近では[ト]に利用されている。これらもタンパク質をコードしていない領域である。

［２］同一の祖先配列に由来する遺伝子は相同遺伝子と言われる（ホモログ）。ホモログにはオーソログとパラログの２種類があるが，これらの違いについて１５０文字程度で説明せよ。

地１

活断層について下記の問題に答えよ。

［1］ 活断層研究会では活断層を「最近の地質時代に繰り返し活動し，将来また活動すると考えられる断層」と定義している。これに関して，最近とはどの程度以前からの時間幅を指すか答え，そのように答える根拠を述べよ。

［2］ 日本の活断層について，下記の観点から認められる特徴をそれぞれ述べよ。

・活動の間欠性

・活動の向き

・１回の活動量

［3］ 活断層の活動度を示す指標として平均変位速度がある。平均変位速度の定義を述べよ。

［4］ 日本の活断層について，１回の活動量および平均変位速度に基づいて将来の活動予測を行うことは，容易ではないと考えられている。その根拠を述べよ。

地２

地球科学の分野で用いられる同位体について下記の問題に答えよ。

［1］ 同位体の一般的な定義を述べよ。

［2］ 同位体には安定同位体と放射性同位体がある。両者の違いを述べ，天然に存在する炭素について，安定同位体と放射性同位体をそれぞれ挙げよ。

［3］ 安定同位体の測定結果については，通常の化学分析に用いられる存在量（濃度など）ではなく，存在比（δ 値など）を一般的に用いる。その理由を述べよ。

［4］ 天然に存在する炭素の放射性同位体を用いて，炭素を含む試料の年代測定が行われている。この測定原理を述べよ。

情 1

以下の問に答えよ。

[1] 次のC言語プログラムの標準出力への出力結果を示せ。

```
#include<stdio.h>
int main(void){
    int a=0xf0f0, b=0x9876; char s[]="Nagoya_Univ";
    printf("%d\n%x\n%d\n%x\n%c", a, a<<2, a|b, a^b, s[7]);
    return 0;
}
```

[2] 2つの自然数の最大公約数を求める方法にユークリッドの互除法がある。この方法では，2つの自然数a，b (a≥b) について，aのbによる剰余をrとすると，aとbとの最大公約数はbとrとの最大公約数に等しいという性質を用いている。これを実現するプログラムの処理過程は以下のようになる。下線部を適切な言葉や数式を用いて埋めよ。

- ステップ1: aのbによる剰余rを計算する。
- ステップ2: ____(1)____ であれば，bを最大公約数として返して出力してプログラムを終了する。
- ステップ3: aへ ____(2)____ を代入する。
- ステップ4: bへ ____(3)____ を代入する。
- ステップ5: ステップ1へ戻る。

[3] 問題[2]で示した性質を用いて，最大公約数を返す関数func1を再帰的プログラミングによりC言語で作成した。この関数は，入力引数として整数変数a，b (a≥b) をとり，返り値として最大公約数を返す。下線部を適切に埋めよ。

```
int func1(int a, int b){
    int r = ____(1)____;
    if( ____(2)____ ){
        return ____(3)____;
    }else{
        return func1( ____(4)____ );
    }
}
```

[4] 問題[3]の関数func1の引数aに360を，bに25を代入してプログラムを実行する。このとき，関数func1が再帰的に呼び出される回数と，関数func1が再帰的に呼び出される毎の変数aとbの値を示せ。

[5] 大きさがnである整数型1次元配列aの各要素に任意の整数が代入されている。配列aの各要素のなかの最大値を求める関数func2を，再帰的プログラミングによりC言語で作成した。作成した関数func2は，a，nを引数として受け取り，配列aの各要素のなかの最大値を返り値として返す。下線部を適切に埋めよ。

```
int func2(int a[], int n){
    int ____(1)____ ;
    if( ____(2)____ ){
        return a[0];
    }else{
        v1 = func2( ____(3)____ );
        v2 = a[n-1];
        if( ____(4)____ ){
            return v1;
        }else{
            return v2;
        }
    }
}
```

情 2

2 人のプレイヤーが X と Y の 2 種類の戦略のいずれかを同時に選ぶゲームを考える。表 1 は各プレイヤーが選ぶ戦略に応じて互いに取り合う得点を示している。例えば，自身が戦略 X を選び，相手が戦略 Y を選んだとき，自身は B 点，相手は C 点を得る。

表 1

相手の戦略（→） 自分の戦略（↓）	X	Y
X	(A, A)	(B, C)
Y	(C, B)	(D, D)

（自分の得る得点，相手の得る得点）

A=9，B=0，C=10，D=2 の条件を考える。

[1] この条件では，一般に，戦略 X は協力行動，戦略 Y は裏切り行動と解釈され，戦略の選択に関してジレンマが存在することが知られている。このジレンマとはどのようなものか簡潔に説明せよ。

次に，以下に示す N 人のプレイヤー間での総当たり戦を考える。

（1） 各プレイヤーは戦略 X または戦略 Y のいずれか 1 つを持つ。

（2） 各プレイヤーは手持ちの戦略を常に出して他の N-1 人のプレイヤーと 1 回ずつ対戦し，自身の合計得点を計算する。

[2] N 人中 n $(0 \leqq n \leqq N)$ 人のプレイヤーが戦略 X を持つとき，戦略 X を持つプレイヤーと戦略 Y を持つプレイヤーのそれぞれが総当たり戦の結果得られる合計得点を式で表せ。

[3] このとき，一方の戦略を持つプレイヤーが常により高い合計得点を得ることを，どちらの戦略を持つプレイヤーがより高い得点を得るかを含めて示せ。

さらに，以下に手順を示す平面上でのゲーム戦略の進化（数と配置の変化）を考える。

（1） 図 1 に示す 7×7 のセル平面上に，表 1 のゲームの戦略を 1 つ持ったプレイヤーを各セルに 1 人ずつ並べる。ただし，上端のセルは下端のセルと，右端のセルは左端のセルと隣接しているものとする。図中黒色のセルは戦略 X を持つプレイヤーを，白色のセルは戦略 Y を持つプレイヤーを表す。

（2） 各プレイヤーは手持ちの戦略を用いて隣接する上下左右 4 近傍のセルのプレイヤーとゲームを 1 回ずつ行い，その合計得点を記録する。

（3） 隣接する上下左右 4 近傍のセルのプレイヤーの最高得点と，自身の合計得点を比較し，自身の合計得点より高い最高得点を得たプレイヤーが存在する場合，そ

のプレイヤーが（２）で用いた戦略を新たな自身の戦略とする。ただし，最高得点を得た近傍のプレイヤーが複数いる場合は，それらからランダムに１名選んでその戦略を用いるとする。（２）と（３）の実行を１ステップと呼ぶ。

（４）（２）に戻る。

[4] 集団内の相互作用の構造の違いが戦略 X の進化に対してどのような影響を及ぼしうるか，[3]および図 1 を踏まえて，理由を付けて説明せよ。その際，「全域的」，「局所的」，「クラスタ」の３つの用語を使用すること。なお，図１の(a)と(b)は，異なる戦略分布（平面上での戦略の配置）からそれぞれ３ステップ分進化させた結果である。

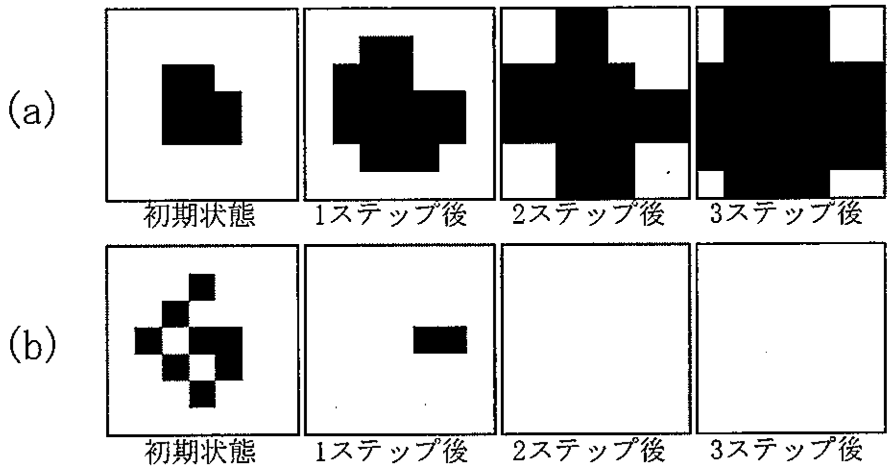


図１

最後に，以下のいずれかの条件の下で，初期状態において各プレイヤーがランダムに選んだ戦略を持つとしてそれぞれ実験を行った。

(i) A=1，B=0，C=0，D=1

(ii) A=0，B=1，C=1，D=0

[5] 十分にステップが経過した後，一方の条件では戦略分布の変化がなくなり収束したのに対し，もう一方の条件では収束せず２つの戦略分布を繰り返した。このとき，(i), (ii)それぞれの条件における，十分にステップが経過した後の典型的な戦略の分布の例として適切なものを図２の(a)と(b)から選び，その理由を戦略の特徴の観点から説明しなさい。

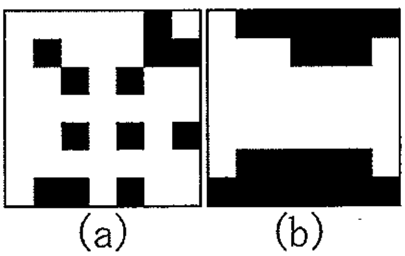


図２

情３

n個の要素を含む集合Sの最大および最小の要素をみつける問題を考える。

[１]まず，以下に示すアルゴリズムにより最大と最小の要素をみつける場合を考える。

```
begin
  MAXに，S内の任意の要素sを代入
  する。
  S内の，s以外の要素xについて，
  以下を繰り返す。
    もし x > MAX であれば，MAX
    にxを代入する。
end
```

アルゴリズム１

```
begin
  minに，S内の任意の要素sを代入
  する。
  S内の，s以外の要素yについて，
  以下を繰り返す。
    もし y < minであれば，min
    にyを代入する。
end
```

アルゴリズム２

１）アルゴリズム１によりSの最大の要素をみつける場合の要素間の比較演算の実行回数を示せ。

２）１）にひきつづき，残りの$n-1$個の要素からアルゴリズム２により最小の要素をみつける場合の要素間の比較演算の実行回数を示せ。

３）１）と２）を用いて，Sの最大と最小の要素をみつける場合の要素間の比較演算の実行回数を示せ。

[2]次に，以下に示すアルゴリズムにより，最大の要素αと最小の要素βからなるリスト（α，β）をみつける場合を考える。Sの要素数はnと表記し，$n=2^k(k \geq 1)$とする。

```
procedure MAXMIN(S):
1.  もしSの要素数が2であれば，
2.      begin
3.          Sの要素の1つをaに，もうひとつをbに代入する。
4.          もしaがbより大きければ，リスト(a, b)を返し，
5.          そうでなければ，リスト(b, a)を返す。
6.      end
7.  そうでなければ，
8.      begin
9.          要素数をSの半分とする任意の部分集合S1とS2に分ける。
10.         MAXMIN(S1)が返す値をリスト(max1, min1)に代入する。
11.         MAXMIN(S2)が返す値をリスト(max2, min2)に代入する。
12.         もしmax1がmax2よりも大きければ，max1をMAXに代入し，
            そうでなければmax2をMAXに代入する。
13.         もしmin1がmin2より小さければ，min1をminに代入し，
            そうでなければmin2をminに代入する。
14.         リスト(MAX, min)を返す。
15.     end
```

1）S={3, 4, 10, 2}の場合に，このアルゴリズムにより最大と最小の要素がみつかるまでのアルゴリズムのながれを説明せよ。なお必要に応じて，行番号をもちいてもよい。

2）要素間の比較演算の実行回数を T(n)とするとき，以下の（ア）と（イ）にあてはまる1以上の整数を示せ。

$$
\mathrm{T}(n)=\begin{cases} 1, & n=2\text{ の場合} \\ (\text{ア}) \times \mathrm{T}(\frac{n}{2}) + (\text{イ}), & n>2\text{ の場合} \end{cases}
$$

３）以下の表の T(4) = （ウ）から T(64) = （キ）をそれぞれ求めよ。

n	4	8	16	32	64
$n/2$	2	4	8	16	32
T(n)	（ウ）	（エ）	（オ）	（カ）	（キ）

４）３）の表での$n/2$ と T(n)の関係を参考に T(n)の一般項を求めよ．また求めた一般項と問［１］の ３）と比較して，どちらが要素間の比較演算の実行回数が少ないか述べよ。

人1

[1] 弥生時代遺跡から出土するニワトリ骨について，その特徴と出土状況を説明しなさい。

[2] 江戸時代遺跡から出土するニワトリ骨について，その特徴と出土状況を説明しなさい。

人２

縄文時代の陸獣狩猟に関して，以下の問いに答えなさい。

[1] 遺跡から出土する野生動物（例：シカ）の年齢・死亡季節を「歯から」「非破壊で」判定する方法を具体的に述べなさい。図を用いてもよい。

[2] 遺跡から出土する野生動物（例：シカ）の年齢を「骨から」「非破壊で」判定する方法を具体的に述べなさい。図を用いてもよい。

工 1

[1]　支点 A と B に支持された長さ ℓ のはりがある。図 1 のように，ℓ を 1:2 に内分する点 C に荷重 W を作用させる。はりのヤング率（縦弾性係数）は一定値 E，断面二次モーメントは一定値 I とする。また，このはりの下方にばね定数 K のばねが設置されており，荷重 W が零のときばねの上端とはりは離れていて，ばねの上端とはりの距離は δ とする。なお，重力は無視する。以下の問いに答えよ。

1) 荷重 W が点 C に作用するときを考える。

1-1) 支点 A と B の反力を求めよ。

1-2) AC 間と CB 間の曲げモーメントを求めよ。

1-3) 点 C においてたわみと傾きが連続となる条件を示せ。

2) 図２に示すように，荷重 W が零のとき点 C にばねを接続して静止させる。点 A を原点として図２のように x-y 座標をとるときのはりのたわみ曲線 $y(x)$ を求めよ。

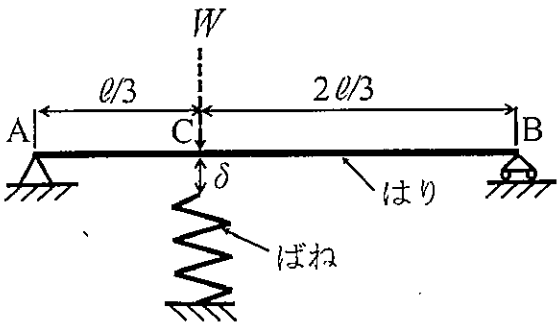


図 1 ばねの接続前

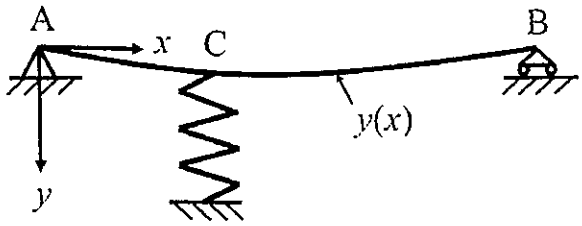


図 2　ばねの接続後

[2]　線形弾性体における x-y 平面内での平面応力状態を考える。ヤング率を E，ポアソン比を ν とする。弾性体の点 P に，応力成分 $\sigma_x = 2s$，$\sigma_y = s$ および $\tau_{xy} = -s/2$ が発生している。ただし，s は正の定数とする。点 P について以下の問いに答えよ。

1) 主応力を求めよ。

2) 主せん断応力を求めよ。

3) 単位体積当たりの弾性ひずみエネルギーを求めよ。

工 2

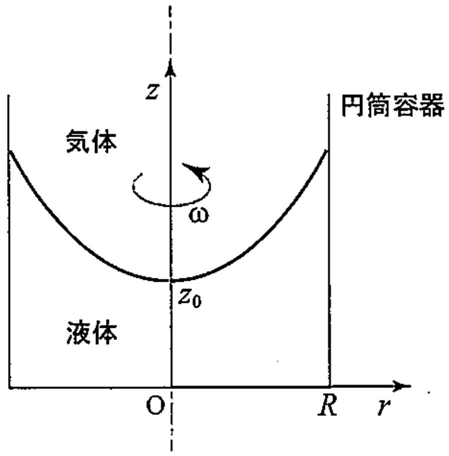
[1] 下図のように，円筒容器（直径 $2R$）が内部の液体とともに鉛直軸周りに一定の角速度 ω で回転している。ただし，円筒容器の底面中心に座標原点を置き，半径方向に r 軸，鉛直上方向に z 軸をとる。以下の問いに答えよ。

1) 液体の自由表面は，次式で表されることを示しなさい。

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + z_0$$

ここで，g は重力加速度，z_0（> 0）は円筒容器中心の自由表面の高さである。

2) ω の値にかかわらず，自由表面の高さ（z の値）が一定の半径位置 r_1 がある。r_1 を求めなさい。



[2] 以下の用語について，それぞれ 100 字以内で説明せよ。ただし，数式や図を併用してもよいが，字数には含めない。

1) 流線

2) Reynolds 数

3) Venturi 管

工3

時間関数 $f(t)$ のラプラス変換された関数を $F(s)$ のように書くことにする。

[1] 図 1 に示す機械系について，以下の問いに答えよ。ただし，質量 M の台車は水平な床の上を摩擦なく動くものとする。K_1 と K_2 はばねのばね定数，D はダッシュポットの粘性減衰係数である。図示のように，$f(t)$ は台車に加わる水平方向の外力，$x(t)$ と $y(t)$ は水平方向の変位である。$f(t)$，$x(t)$，$y(t)$，およびそれらの導関数の初期値はゼロとする。

1) 系の運動方程式を求めよ。

2) $F(s)$ を入力，$X(s)$ を出力とする伝達関数 $G(s)$ を求めよ。ただし，伝達関数を $G(s)=\frac{\sum_{j=0}^{m} b_j s^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}$ のように書け。ここで，a_i と b_j は係数である。

3) 外力 $f(t)$ を単位ステップ関数として，$t \to \infty$ のときの変位 $x(t)$ を求めよ。なお，系は安定なものとする。

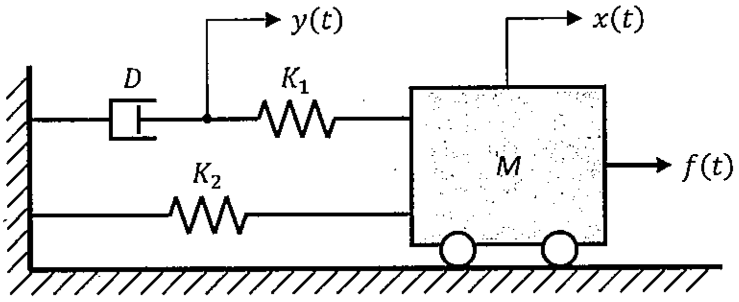


図 1

[2] インパルス応答が $g(t)=K(1-e^{-t}-te^{-t})$ となる開ループシステムに直結フィードバックを施して，制御系を構成した。この制御系について，以下の問いに答えよ。ただし，K は正の実数である。

1) 開ループ伝達関数を求めよ。

2) ナイキスト線図における位相交差角周波数を求めよ。

3) ナイキストの安定判別法を用いて，制御系を安定とするための K の範囲を求めよ。

4) 位相余裕を 30° とするための K の値を求めよ。

論理的思考

次の問題群A、Bいずれかを選び、そこに含まれるすべての問題に解答しなさい。A、Bにまたがって解答した答案は、採点の対象としません。

問題群A：Formal Logic

問1　次の概念のそれぞれについて、100字程度で解説しなさい。

(1) 様相論理（modal logic）
(2) 可算無限（countably infinite）
(3) 真理関数（truth function）
(4) 自由変項（free variable）

問2　自然演繹（natural deduction）について以下の質問に答えなさい。

[1]　(a)〜(d)の論理式のうち、二重否定除去則（the double negation elimination rule）を使わなければ証明できないものを一つ選び、その自然演繹での証明図を書きなさい。証明図はGentzenスタイル、またはFitchスタイルで書くこと。

(a)　$((A \to B) \to A) \to A$
(b)　$\neg\neg\neg A \to \neg A$
(c)　$\neg(A \lor B) \to (\neg A \land \neg B)$
(d)　$(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$

[2]　$\neg(A \land B) \to (\neg A \lor \neg B)$は二重否定除去則を使わなければ証明できない。しかし自然演繹に公理として $A \lor \neg A$ を入れると、二重否定除去則を使わなくても証明できる。実際に証明図を書いてこのことを示しなさい。

問3　次に示す４つの論理式(a)〜(d)について、以下の問い[1]〜[3]に答えなさい。

(a)　$\forall x Rxx$
(b)　$\forall x \forall y (Rxy \to Ryx)$
(c)　$\forall x \forall y \forall z ((Rxy \land Ryz) \to Rxz)$
(d)　$\forall x \forall y ((Rxy \land Ryx) \to x = y)$

[1]　関係Rについて、(a)(b)(c)が成り立っているとき、Rは同値関係（equivalence relation）と呼ばれる。同一性（identity）は同値関係の一種である。つまり、関係Rxyの例として、「xとyは同じものである（つまり、x=y)」を考えると、それは(a)(b)(c)を満たしている。しかし、同値関係は同一性関係に限られるわけではない。そこで、同一性関係以外の同値関係の例を一つ挙げなさい。

[2]　同値関係の定義に使われた論理式(a)(b)(c)のうち、(c)を(d)に取り替える。そうすると、(a)(b)

(d)を満たすような関係Rは、同一性関係だけになる。すなわち、論理式(a)(b)(d)からは、$\forall x \forall y(Rxy \leftrightarrow x=y)$が帰結する。このことを意味論的タブロー（semantic tableau）の方法を用いて示しなさい。

[3] (a)(b)(c)は同値関係一般が満たす。一方、(a)(b)(d)を満たすのは同値関係のうち同一性関係だけである。ということは、論理式(d)は論理式(c)より強い条件を表しているということである。実際、論理式(b)で表される条件のもとでは、(d)は(c)を論理的に含意する。つまり、(b)と(d)からは(c)が帰結する。このことを意味論的タブローの方法を用いて示しなさい。

問題群 B：クリティカル・シンキング

以下の問いのすべてに答えなさい。

問 1　次の 3 つの会話(1)(2)(3)を読んで、問題に答えなさい。

(1) A「秀雄が来ると宴会は盛り上がるだろうね」

B「とんでもない。秀雄は酒癖悪いぞ。あいつが来ると絶対に宴会はめちゃくちゃになる」

(2) A「エアコンをかけっぱなしで寝ると風邪をひくぞ」

B「なあに、ちゃんと布団をかけてりゃ大丈夫さ。エアコンをつけたままでも風邪をひくとは限らない」

(3) A「食中毒になりたくないなら、季節外れのカキは食べるなよ」

B「俺はそもそも貝類は大嫌いだからね。食中毒が怖くなくても食べるものか」

いずれの会話でも、B は A の主張に逆らっている、つまり A の主張をある意味で否定しているのだが、その否定の仕方は 3 つの会話でそれぞれ異なる。どのように異なっているのかをわかりやすく解説しなさい。

問 2　サッカーで A、B、C、D、E の 5 つのチームが総当たり戦（round robin）を行った。順位と勝ち数、引き分け数、負け数は次の表のようになった。

順位	勝ち数	引き分け数	負け数
1 位	3	0	1
2 位	2	1	1
3 位	1	2	1
4 位	1	1	2
5 位	1	0	3

以下のことが分かっているとき、それぞれのチームの順位がどうなっているか答えよ。またそのように考えた理由を詳しく述べよ。

(1) E に勝ったチームはすべて D に負けている。

(2) E に負けたチームはすべて B と引き分けている。
(3) A に勝ったチームには E に勝ったチームも E に負けたチームも存在する。
(4) D に負けたチームは C に負けたか B に勝ったかのどちらかである。
(5) D に引き分けたチームはすべて A に勝った。

問３　以下の文章を読み、問いに答えなさい。

現代の日本では貧富の格差が拡大しているという。格差を解消するためには、富裕層からより多くの税金を徴収し、貧困層に生活保護などの形で分配するのが手っ取り早い解決であろう。しかしながらこのような富の再分配は、能力があり努力して働いている人たちからお金を取り上げ、そうでない人々にお金をばらまくことになる。そのような社会では働きがいがなくなって、一所懸命に働く人が少なくなってしまうだろう。それでは経済成長が滞ってしまう。従って私は格差を解消するために富裕層に増税することには反対である。

[1]　上の議論において暗黙に前提されていることを書きなさい。答えはいくつでも良い。
[2]　[1]の答えを踏まえて、上の文章に反対する議論を書きなさい。