令 和 ７ 年 度

名古屋大学大学院情報学研究科
複雑系科学専攻
入学試験問題（専門）

令和６年８月７日

注意事項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．外国人留学生の志願者は、日本語と日本語以外の１言語間の辞書１冊に限り使用してよい。電子辞書の持ち込みは認めない。

４．日本語または英語で解答すること。

５．問題冊子、解答用紙３枚、草稿用紙３枚が配布されていることを確認すること。

６．問題は数１、数２、物１、物２、物３、化１、化２、化３、化４、生１、生２、生３、地１、地２、情１、情２、情３、工１、工２、工３の２０科目がある。このうち<u>３科目を選択して</u>解答すること。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。

７．全ての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

８．解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。

９．解答用紙は試験終了後に３枚とも提出すること。

１０．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

数1

[1] 行列 X を $n \times n$ の実行列（実数値のみからなる行列）とする。行列 Y に対して Y^T は Y の転置行列を表す。零ベクトルではない任意の n 次元実ベクトル $\boldsymbol{x}$ に対して

$$\boldsymbol{x}^T X \boldsymbol{x} > 0$$

を満たす行列 X を正定値行列と呼ぶ。ここで $\boldsymbol{x}^T$ は $\boldsymbol{x}$ を $n \times 1$ の行列と見たときの転置行列を表す。以下の問にすべて答えよ：

1）行列

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

は正定値行列である。$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ として $\boldsymbol{x}^T M \boldsymbol{x}$ を計算することでこのことを示せ。

2）行列

$$N = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

は正定値行列ではない。$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ として $\boldsymbol{x}^T N \boldsymbol{x}$ を計算することでこのことを示せ。

3）$X = X^T$ となる行列 X を対称行列と呼ぶ。行列 X が正定値かつ対称であるとき，その固有値は常に正の実数であることを証明せよ。なお，対称行列の固有値・固有ベクトルがそれぞれ実数・実ベクトルであることは既知としてよい。

[2] 行列 A, B, C を $n \times n$ の実行列とする。行列 A, B を対称かつ正定値とする。このとき A の逆行列 A^{-1} が存在し，A^{-1} は対称かつ正定値である（この事実を以下で用いてよい）。以下をすべて証明せよ：

1）$A + B$ は対称かつ正定値である。

2）行列 C を可逆とする。このとき，$C^T A C$ は対称かつ正定値である。

3）$A^{-1} - (A+B)^{-1}$ は対称かつ正定値である。なお上の事実をすべて用いてよい。

[3] 対称とは限らない正定値行列の固有値は常に正の実数か。Yes または No で回答し，Yes ならば証明を，No ならば反例を与えそれが実際に反例になっていることを示せ。

（数1の問題はここで終わり）

数2

[1] $f(x)$ は区間 $[a,b]$（ただし，$a<b$）で連続で，$f(x)\geq 0$ とする。n は1以上の自然数，$i=1,\cdots,n$ として，$\Delta x=\dfrac{b-a}{n}$，$x_i=a+i\Delta x$ とすると，定積分

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}f(x_i)\Delta x$$

は，xy 平面上の $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$, $y=0$ のグラフで囲まれる領域の面積である。このことを用いて，次の極限値を計算せよ。

$$S=\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+n}\right\}$$

[2] 微分方程式

$$y'=1+x-y \tag{1}$$

について考える。ただし，$y'=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ である。この微分方程式の解を表す曲線（解曲線）上の点 (x,y) における接線の傾きは y' となる。そして，xy 平面上の多数の点 (x,y) において，傾きが y' を持つベクトルを描いたものを「ベクトル場（方向場）」という。

1）$y'=c$ とすると，$1+x-y=c$ 上の任意の点での，解曲線上の接線の傾きは c である。$c=-4,-2,0,1,2$ として，ベクトル場を描き，$y(0)=5$ を初期条件とする解曲線の概形を描け。

2）微分方程式 (1) の一般解，および，$y(0)=5$ を満たす特解を求めよ。

[3] $p(t)$ を時刻 t における血液中のある薬の量であるとし，$p(t)$ は，比例定数を $k(>0)$ として

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=-kp$$

に従って変化するとする。初期投薬量を p_0 とすると，投与された薬は時刻 $t=0$ で即座に血液中に吸収され，$p(0)=p_0$ であるとする。また，一定時間 T ごとに，p_0 の量の薬が追加投与され，投与された薬は，毎回即座に血液中に吸収されるとする。つまり，n を任意の自然数とし，

$$p(nT)=\lim_{\varepsilon\to+0}p(nT-\varepsilon)+p_0$$

で表されるとする。

1）$0\leq t<T$ において，時刻 t での薬の量 $p(t)$ を求めよ。

2）$p(2T)$ を求めよ。

3）$p(nT)$ を求めよ。また，じゅうぶん時間が経過した時の血液中の薬の量を求めよ。

4）$0\leq t\leq 5T$ での $p(t)$ のグラフの概形を描け。ただし，3) の結果を踏まえ，漸近的な血液中の薬の量との関係がわかるように描くこと。

（数2の問題はここで終わり）

物1

[1] 2つの質点が摩擦のない水平な平面上にあり，バネ定数 k（正の実数）かつ自然長0のバネでつながれているとする。2つの質点のそれぞれの質量を m_1, m_2（ともに正の実数）とする。これらの運動を以下の方針に沿って求める。2次元ベクトルの成分を $\boldsymbol{r}=(x,y)$ のように書く。2つのベクトル $\boldsymbol{a}=(a_x,a_y)$, $\boldsymbol{b}=(b_x,b_y)$ の内積を $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y$ と定める。ベクトル $\boldsymbol{a}=(a_x,a_y)$ のノルム（大きさ）を $\|\boldsymbol{a}\|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}=\sqrt{(a_x)^2+(a_y)^2}$ と定める。平面上の2つの質点の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_1=(x_1,y_1)$, $\boldsymbol{r}_2=(x_2,y_2)$ とする。時間を表す変数を t とし，それぞれの質点の速度ベクトルを $\boldsymbol{v}_1=\dot{\boldsymbol{r}}_1=(\dot{x}_1,\dot{y}_1)$, $\boldsymbol{v}_2=\dot{\boldsymbol{r}}_2=(\dot{x}_2,\dot{y}_2)$ と書く。ここで，重心の位置ベクトル $\boldsymbol{R}=(X,Y)$ と2つの質点の相対位置ベクトル $\boldsymbol{r}=(x,y)$ を

$$\boldsymbol{R}=\frac{m_1\boldsymbol{r}_1+m_2\boldsymbol{r}_2}{m_1+m_2},\qquad \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$$

で定める。また，全質量 M と換算質量 μ を

$$M=m_1+m_2,\qquad \mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$$

と定める。以下の問に答えよ。

1) 2つの質点の運動エネルギーの和

$$T=\frac{1}{2}m_1\|\dot{\boldsymbol{r}}_1\|^2+\frac{1}{2}m_2\|\dot{\boldsymbol{r}}_2\|^2$$

を M, μ, $\dot{\boldsymbol{R}}$, $\dot{\boldsymbol{r}}$ の式で表せ。

2) ラグランジアン

$$L=\frac{1}{2}m_1\|\dot{\boldsymbol{r}}_1\|^2+\frac{1}{2}m_2\|\dot{\boldsymbol{r}}_2\|^2-\frac{1}{2}k\|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1\|^2$$

を $X,\dot{X},Y,\dot{Y},x,\dot{x},y,\dot{y},M,\mu,k$ の式で表せ。

3) 上のラグランジアン L から各変数 X,Y,x,y に対するオイラー・ラグランジュ方程式をそれぞれ導け。

4) 上で求めたオイラー・ラグランジュ方程式を解いて，任意の初期値 $X(0),Y(0),x(0),y(0),\dot{X}(0),\dot{Y}(0),\dot{x}(0),\dot{y}(0)$ に対する解 $X(t),Y(t),x(t),y(t)$ を求めよ。ただし，$\omega=\sqrt{k/\mu}$ を使って答えを書いてよい。

5) 初期値を $\dot{X}(0)>0$ かつ $\dot{Y}(0)<0$，$X(0)$ と $Y(0)$ の値は任意とした場合の解 $(X(t),Y(t))$ の XY 平面上の軌跡の概略図を描け。また，運動の方向を図中に矢印で記せ。

6) (i) 初期値を $x(0)=\ell>0$（ℓ は適当な定数）かつ $y(0)=0$ かつ $\dot{x}(0)=0$ かつ $\dot{y}(0)>\ell\omega$ とした場合の解 $(x(t),y(t))$ の xy 平面上の軌跡の概略図を描け。また，運動の方向を図中に矢印で記せ。

(ii) 上記の条件の下で xy 平面上での質点の速さが最大になる点（最速点と呼ぶ）と，速さが最小になる点（最遅点と呼ぶ）があれば，それらの点すべてを軌跡の図に書き込んで示せ。どの点が最速点で，どの点が最遅点かということも記せ。その点が最速あるいは最遅となる理由も述べよ。

（物1の問題は次のページに続く）

（物１の問題の続き）

[2] 虚数単位を $i=\sqrt{-1}$ と書く。プランク定数 h を 2π で割ったものを $\hbar=h/(2\pi)$ と書く。演算子 $\hat{S}$ のエルミート共役を $\hat{S}^\dagger$ と書く。恒等演算子を $\hat{1}$ と書く。位置演算子 $\hat{x}$ と運動量の x 成分の演算子 $\hat{p}_x$ は正準交換関係 $[\hat{x},\hat{p}_x]=i\hbar\hat{1}$ を満たす。位置演算子 $\hat{y}$ と運動量の y 成分の演算子 $\hat{p}_y$ も同様に $[\hat{y},\hat{p}_y]=i\hbar\hat{1}$ を満たす。以下の問に答えよ。

1）質量 m, 角振動数 ω（$m,\omega>0$）を持つ２次元の等方的調和振動子のハミルトニアンは

$$\hat{H}=\frac{1}{2m}\hat{p}_x^2+\frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2+\frac{1}{2m}\hat{p}_y^2+\frac{1}{2}m\omega^2\hat{y}^2$$

である。

$$\hat{A}_x=\frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\big(m\omega\hat{x}+i\hat{p}_x\big),\qquad \hat{A}_y=\frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\big(m\omega\hat{y}+i\hat{p}_y\big)$$

とおいて，演算子 $\hat{A}_x$, $\hat{A}_x^\dagger$, $\hat{A}_y$, $\hat{A}_y^\dagger$ と定数を用いて $\hat{H}$ を表せ。

2）$\hat{H}$ の最小の固有値を求めよ。

（物１の問題はここで終わり）

物2

真空中にある半径 R の球状で厚さが無視できる導体球殻に電荷 $Q>0$ を与える。球殻上の電荷分布は一様とする。なお，真空中で距離 L だけ離れた位置にある2つの電荷 q をもつ荷電粒子が互いに及ぼす力の大きさは真空の誘電率 ε_0 を用いて $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{L^2}$ となる。

[1] ε_0 の単位を質量の単位 kg，長さの単位 m，時間の単位 s，電荷の単位 C を用いて答えよ。

[2] 球殻の中心を原点とした座標系をとる。このとき点 $\boldsymbol{r}$ における電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。なお，点 $\boldsymbol{r}$ の原点からの距離を $\|\boldsymbol{r}\|$ と書くこととする。

[3] 点 $\boldsymbol{r}$ における電位 $V(\boldsymbol{r})$ を求めよ。なお，電位の基準点は無限遠点にとること。

[4] 球殻の電荷を0から Q にするために必要な仕事量 W を以下の方法で求めよう。

1) 電荷 q を持つ球殻に無限遠から Δq の微小電荷を近づけて与えるときに必要な仕事量 ΔW を求めよ。

2) $\Delta W/\Delta q$ を $q=0$ から $q=Q$ まで積分することで W を求めよ。

[5] 電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ が点 $\boldsymbol{r}$ において持つエネルギー密度は

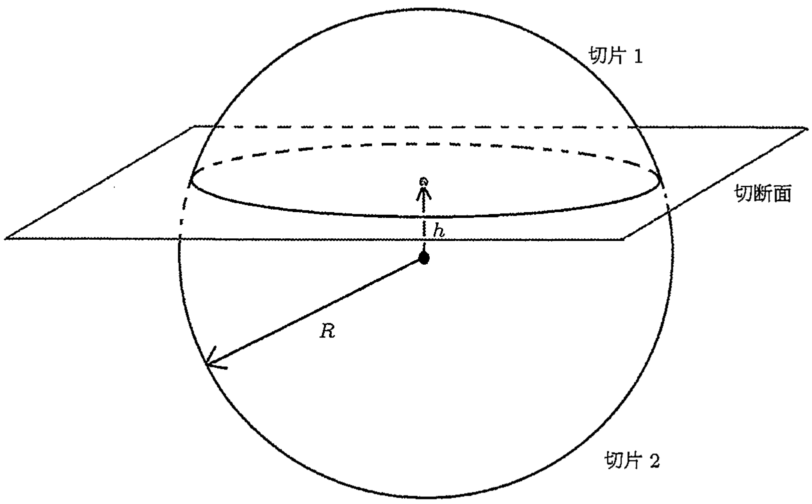
$$\frac{\varepsilon_0}{2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$$

と表せる。これを全空間で積分して電場のエネルギー U を求めよ。

[6] 球殻が受ける力を以下の方法で調べよう。

1) W の R 依存性を用いると，球殻が動径方向にどれだけの力を受けているかわかる。この考察から球殻の単位面積あたりにかかる力 P の方向が外向きか内向きか答えよ。また，P の大きさを求めよ。

2) 球殻を中心から h $(0\leq h<R)$ だけ離れた平面で切断する（下図参照）。このとき2つの切片が互いに引力を及ぼすか斥力を及ぼすか答えよ。また，この力の大きさを求めよ。



（物2の問題はここで終わり）

物3

以下では，$k_B, T, \beta = 1/(k_B T), h$ を，それぞれボルツマン定数，絶対温度，逆温度，プランク定数として各問に答えよ。

[1] ミクロカノニカルアンサンブルの方法に従うと，質量 m の粒子 N 個からなる体積 V の古典理想気体がエネルギー E と $E + \Delta E$ の間にある微視的状態数 $W(E, \Delta E)$ は，

$$W(E, \Delta E) = \frac{V^N}{N\,\Gamma(\frac{3}{2}N)} \left(\frac{2\pi m E}{h^2} \right)^{\frac{3N}{2}} \frac{\Delta E}{E} \tag{1}$$

となる。ただし $\Gamma(x)$ はガンマ関数である。さらに熱力学的な温度 T がエネルギー E と k_B により

$$\beta = \frac{1}{k_B T} = \frac{1}{k_B} \left.\frac{\partial S}{\partial E}\right|_{V,N} = \frac{3N}{2E} \tag{2}$$

と表される。

1) (1), (2) 式を用いて，

$$\lim_{N \to \infty} \frac{W(E-\varepsilon, \Delta E)}{W(E, \Delta E)} \tag{3}$$

がカノニカル分布を与えることを示せ。ただし，$\varepsilon \ll E$ とし，(3) 式の極限は β を一定としてとることとする。また，公式

$$\lim_{L \to \infty} \left(1 + \frac{a}{L} \right)^L = \mathrm{e}^a \tag{4}$$

を用いてよい。

2) 温度 T の熱浴とエネルギーのやりとりをする系が熱平衡状態にあって状態 i をとるとき，そのエネルギー ε_i の平均をカノニカル分布を用いて書き，それが $-\mathrm{d}\ln Z/\mathrm{d}\beta$ で与えられることを示せ。ただし，Z は分配関数である。

(物３の問題は次のページに続く)

[2] N 個の互いに相互作用しない質量 m, 角振動数 ω の古典的な１次元調和振動子系を考える。i 番目の振動子の平衡位置からのずれを x_i とする。i 番目の振動子の運動量を p_i とすると，系のハミルトニアンは

$$H = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x_i^2 \right) \tag{5}$$

と与えられる。この系が温度 T の熱浴とエネルギーをやりとりしつつ熱平衡状態にあるとき，以下の問に答えよ。

1) 分配関数 Z を求めよ。ただし，積分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-ax^2}\, \mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \tag{6}$$

を用いてよい。

2) ヘルムホルツの自由エネルギーを求めよ。

3) 平均エネルギーを求めよ。

4) 定積比熱を求めよ。

(物３の問題はこれで終わり)

化1

以下の問[1]から[3]に答えよ。

[1] 単純ヒュッケル法を用いて，アセトン（$(CH_3)_2C{=}O$,　acetone,　propan-2-one）のπ分子軌道を求めよう。カルボニル基とその隣接炭素原子を xy 平面上に置き，カルボニル基の炭素と酸素原子の $2p_z$ 軌道をそれぞれχ_1，χ_2 とし，π分子軌道が式(1)で表されるとする。C_i は軌道係数である。またクーロン積分と共鳴積分が式(2)で表されるとする。ここで h はハミルトニアンである。

$$\phi = C_1\chi_1 + C_2\chi_2 \tag{1}$$

$$\int \chi_1 h \chi_1 d\tau = \alpha < 0, \quad \int \chi_2 h \chi_2 d\tau = \alpha + 2\beta < 0,$$

$$\int \chi_1 h \chi_2 d\tau = \int \chi_2 h \chi_1 d\tau = \beta < 0 \tag{2}$$

1）　式(1)の軌道エネルギーを C_i,　α,　β を用いて表せ。

2）　分子軌道の規格化条件下で，この軌道エネルギーに変分法を適用し，π分子軌道を求めるための永年方程式を導け。導出過程も記すこと。

3）　π分子軌道のエネルギーを答えよ。

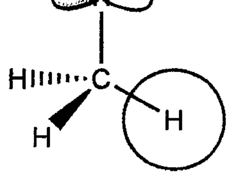
[2] アセトンからケト-エノール互変異性（keto-enol tautomerism）で得られる分子の構造式を答え，単純ヒュッケル法を用いてπ分子軌道のエネルギーを答えよ。その際必要なクーロン積分と共鳴積分の定義式も記すこと。

[3] 電子イオン化法によりアセトンの質量分析(mass spectrometry)を行った。この測定装置は，高エネルギーの電子を気相分子に衝突させ，分子イオン(molecular ion)を作る。この分子イオンは解離して，フラグメントイオンを生成する。

1）　精密質量(exact mass) 43.0178 で，電荷+1 のフラグメントイオンが強いピークとして観測された。このフラグメントイオンの構造式を記せ。元素の同位体質量(isotopic mass)は次の通り：H=1.0078,　C=12.0000,　N=14.0031,　O=15.9949。

2）　このフラグメントイオンの占有分子軌道の形を解答例にならって記せ。内殻軌道，σ(C-H)結合性軌道は答えなくてよい。

解答例



化 2

以下の問[１]から[３]に答えよ。

[１] 次の文章を読んで, $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる適切な数式を答えよ。

五酸化二窒素 N_2O_5 の熱分解反応

$$N_2O_5(g) \xrightarrow{k} 2NO_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \tag{1}$$

は一次反応であることが知られている。ここで k は反応速度定数を表す。分子 X の濃度を[X]とすると，上記の反応の速度式は以下のように表せる。

$$-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = k[N_2O_5] \tag{2}$$

N_2O_5 の初期濃度を $[N_2O_5]_0$ とすると，時間 t のときの N_2O_5 の濃度は

$$[N_2O_5] = [N_2O_5]_0 \exp\left(\boxed{\text{ア}}\right) \tag{3}$$

と書ける。したがって，N_2O_5 の濃度が半分となる時間である半減期 $t_{1/2}$ は

$$t_{1/2} = \boxed{\text{イ}} \tag{4}$$

となる。実際の N_2O_5 の熱分解反応の反応機構は，詳細な実験の結果，以下に示す複雑なものであることが知られている。

$$N_2O_5 \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} NO_2 + NO_3 \tag{5}$$

$$NO_2 + NO_3 \xrightarrow{k_2} NO + O_2 + NO_2 \tag{6}$$

$$NO + NO_3 \xrightarrow{k_3} 2NO_2 \tag{7}$$

式(2)の k を反応式(5), (6), (7)で現れる反応速度定数 k_1，k_{-1}，k_2，k_3 を使って表すことを考える。NO や NO_3 は反応中間体と考えられるため，定常状態近似を適用すると，

$$\frac{d[NO]}{dt} = \boxed{\text{ウ}} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{d[NO_3]}{dt} = \boxed{\text{エ}} = 0 \tag{9}$$

が成り立つ。式(8), (9)を連立させて解くことで，

$$[NO_3] = \boxed{\text{オ}} \frac{[N_2O_5]}{[NO_2]} \tag{10}$$

が得られる。したがって，N_2O_5 に対する反応速度式は

$$-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = k_1[N_2O_5] - k_{-1}[NO_2][NO_3] = \boxed{\text{カ}}\ [N_2O_5] \tag{11}$$

と一次反応で表せ，$k = \boxed{\text{カ}}$ であることが分かる。

［2］ 次の文章を読んで，以下の１）から３）に答えよ。

距離 r 離れた２つの単原子分子の相互作用を表すポテンシャルとして，以下に示すレナード-ジョーンズポテンシャル $V^{\mathrm{LJ}}(r)$ がよく用いられている。

$$V^{\mathrm{LJ}}(r) = 4\varepsilon\left\{\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right\} \tag{12}$$

ここで ε と σ は正の実数である。

１） $V^{\mathrm{LJ}}(r)$ が最小となる距離 r_0 を求めよ。また，そのときの $V^{\mathrm{LJ}}(r_0)$ を求めよ。

２） $V^{\mathrm{LJ}}(r)$ の概形を描け。

３）ε と σ の物理的意味を答えよ。

［3］ 次の文章を読んで，以下の１）から３）に答えよ。

問[２]のレナード-ジョーンズポテンシャル $V^{\mathrm{LJ}}(r)$ に遠心力ポテンシャルが加わった下記のポテンシャル $U(r)$を考える。

$$U(r) = 4\varepsilon\left\{\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right\} + \frac{\varepsilon\sigma^2 C}{r^2} \tag{13}$$

ここで ε, σ, C は正の実数である。また，C は換算プランク定数（ディラック定数）$\hbar$，回転量子数 J，換算質量 μ を用いて

$$C = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mu\varepsilon\sigma^2} \tag{14}$$

と表される。

１）$U(r)$が極値を取る距離 r_c と C，σ の間に成り立つ関係式を示せ。

２）１）の関係式が成り立つとき，C が最大となる距離 r_m とそのときの最大値 C_m を求めよ。

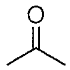
３）２つの単原子分子が $U(r)$で相互作用しているとする。$J = 0$（$C = 0$）の場合，問[２]の１）で求めた距離 r_0 で安定となるが，J を増やしていき，C が２）で求めた C_m を超えると，遠心力ポテンシャルが大きくなりすぎて２つの単原子分子が解離する。この解離するときの回転量子数 J_m を $\varepsilon, \sigma, \hbar, \mu, C_m$ を用いて表せ。

化3

以下の問[1]から[5]に答えよ。

[1] メチルシクロヘキサン（$CH_3C_6H_{11}$）のメチル基がエクアトリアル位に結合した配座，およびメチル基がアキシアル位に結合した配座をそれぞれ書け。また，これらの配座の平衡はどちらに片寄っているか，理由とともに説明せよ。

[2] アセトンを，重水酸化ナトリウム（NaOD）を含む過剰量の重水（D_2O）で処理するとメチル基が次第に重水素化される。この理由を，電子の流れを示す矢印を用いて説明せよ。

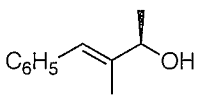


アセトン

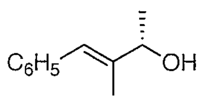
[3] 次の4種類のアミンを塩基性の強い順に並べ，その理由を述べよ。

$C_6H_5NH_2$　　*p*-$ClC_6H_4NH_2$　　*p*-$CH_3C_6H_4NH_2$　　$CH_3CH_2NH_2$

[4] 化合物 **1** と化合物 **2** の 1:1 混合物を，アキラルな触媒を用いて炭素炭素二重結合（ベンゼン環の炭素炭素二重結合は除く）を水素化する場合を考える。この時に得られるすべての水素化生成物の構造を書け。また，それぞれの水素化生成物について，互いにエナンチオマーにあるものとジアステレオマーにあるものを明記せよ。

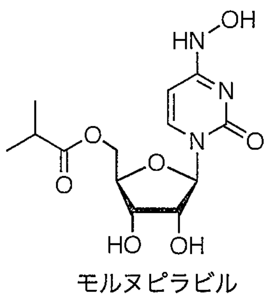


化合物1



化合物2

[5] モルヌピラビルは，新型コロナウイルスの治療のための経口薬として開発された。以下の問に答えよ。



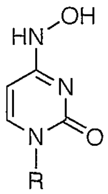
モルヌピラビル

1）モルヌピラビルが服用されると，血漿中でエステラーゼにより加水分解を受けて修飾リボヌクレオシドである化合物 **3** に速やかに変換される。化合物 **3** の構造を書け。

（化3の問題は次のページに続く）

2）化合物 **3** はさらに様々な組織に分布した後，キナーゼによって対応する 5′-三リン酸に変換される。この 5′-三リン酸の構造を書け。

3）モルヌピラビルの修飾核酸塩基部（R は任意の置換基）を下記に示した。*N*-ヒドロキシルアミン型で記載したこの修飾核酸塩基部は，互変異性によりオキシム型へ移行することが示唆されている。このオキシム型の構造を書け。



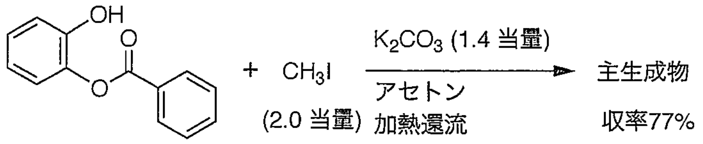
モルヌピラビルの
修飾核酸塩基部

（化 3 の問題はここで終わり）

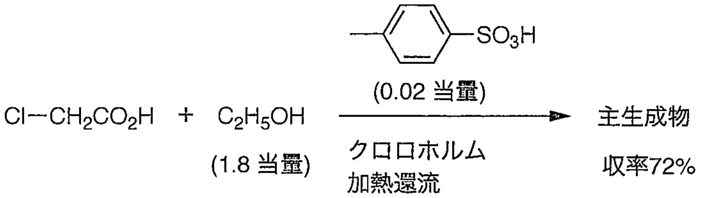
化４

以下に記載の反応式１）から５）において，主生成物を与える反応機構について説明せよ。反応機構を解答する際には，構造式を用い，電子の流れを矢印で示せ。

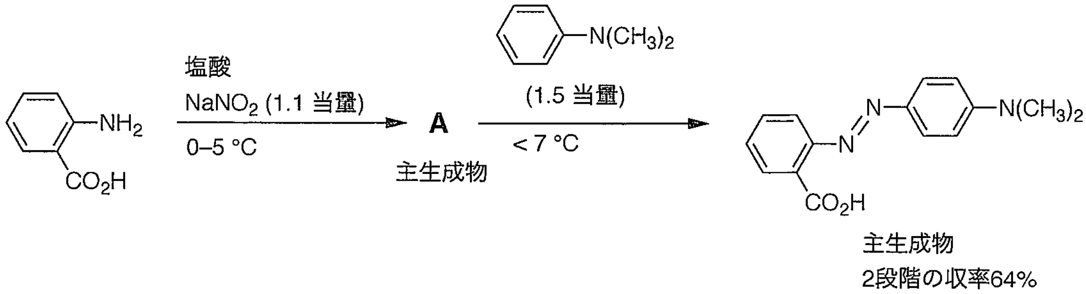
１）



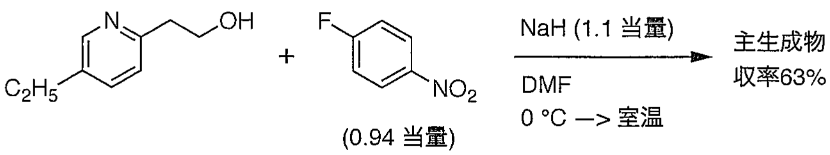
２）



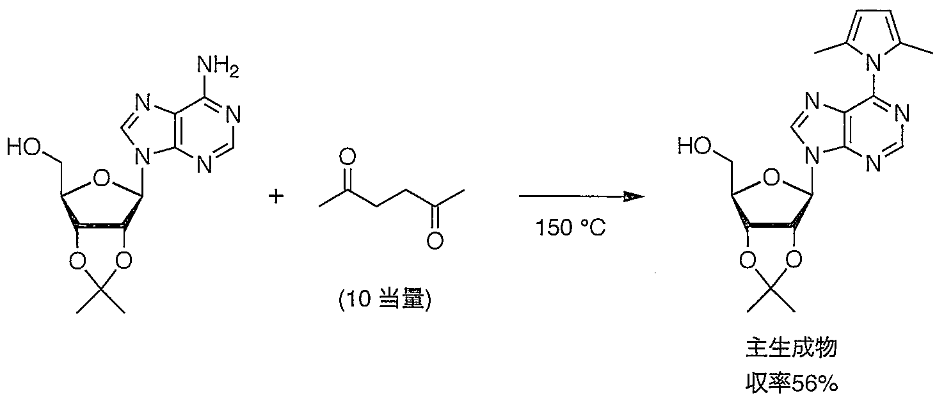
３）



４）



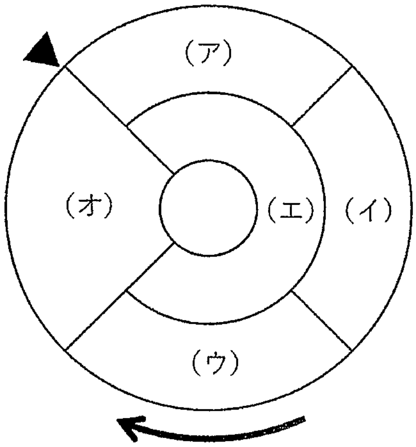
５）



生１

次の３つの問に答えよ。

[1] 図は細胞周期の進行を表す。この図について次の３つの小問に答えよ。



細胞周期の進行。矢印は周期の進行の向きを，黒い三角は２つの娘細胞が生じる時点を示す。（ア）～（オ）の各期の長さは，実際の細胞周期でみられる長さの比で示していないので注意すること。

1）次の語群から適切な語を選び，（ア）から（オ）に入れよ。
　[M 期，S 期，G_1 期，G_2 期，間期]

2）DNA の複製と細胞の成長は，それぞれ（ア），（イ），（ウ），（オ）のどの段階で起こるか答えよ（複数を選んでもかまわない）。

3）次の語群の語を用い，（オ）が進行する過程を８０～１００字程度で説明せよ。
　[セントロメア，姉妹染色分体，紡錘体，凝縮，動原体，核膜の消失，細胞質の分裂]

[2] 次の語群の語を用い，DNA の複製の仕組みを４００～５００字程度で説明せよ。
　必要に応じて図を用いても良い。
[複製フォーク，DNA ヘリカーゼ，リーディング鎖，ラギング鎖，プライマーゼ，プライマーRNA，岡崎フラグメント，DNA リガーゼ，一本鎖 DNA 結合タンパク質，滑る留め金タンパク質]

（次のページに続く）

[３] 次の（a）～（d）から２つ選び，それぞれについて１５０～２００字程度で説明せよ。必要に応じて図を用いてもよい。

（a）ヘテロクロマチンとユークロマチン

（b）クロマチン再構成複合体

（c）DNA 型トランスポゾンとレトロトランスポゾン

（d）DNA 複製にともなう DNA のメチル化の継承

生２

以下の (a) ～ (d) の実験方法から２つを選び，それぞれについて各問に答えよ。
必要に応じて図を用いてもよい。

(a) ディープ RNA シークエンシング（RNA-seq）
(b) アフィニティークロマトグラフィー
(c) サザンブロット解析
(d) RNA 干渉（RNAi）法

［１］実験の目的を２０～４０字程度で説明せよ。

［２］実験の原理を２００～３００字程度で説明せよ。

［３］実験の手順を３００～４００字程度で説明せよ。

生３

遺伝子発現に関する次の文を読み，各問に答えよ。

遺伝子発現は，いろいろな段階で調節できるが，DNA から RNA への転写もその一つである。（ア）が遺伝子のすぐ上流にある（イ）部位に結合し，遺伝子の情報を持った RNA の合成が始まる。細菌の（ア）による転写開始には，（ウ）というサブユニットが（イ）に結合することが必要であるが，真核生物の（ア）による転写開始には，（エ）群が（イ）に集合する必要がある。ほとんどの遺伝子には，（イ）の他にも遺伝子の転写のスイッチのオン・オフに必要な調節 DNA がある。細菌の調節 DNA は，（オ）塩基対程度である。これに対し，真核生物の調節 DNA は，（カ）塩基対以上になるものもある。調節 DNA はそれだけでは機能せず，効果を現すには，転写調節因子によって認識されなければならない。つまり転写を調節するスイッチとして働くのは，(A) 調節 DNA への転写調節因子の結合によるものである。

また，真核生物の転写調節因子（転写活性化因子と転写抑制因子）は，クロマチン構造を利用して遺伝子のオン・オフを行なっている。多くの転写活性化因子はクロマチン修飾タンパク質を（イ）へと引き寄せる働きをして，クロマチン構造の変化をうまく利用する。例えば，（キ）を引き寄せると，ヒストン尾部の特定のリシンへ（ク）が付加されやすくなる。(ク)の付加によりクロマチン構造が変化すると，そこに含まれる DNA へ近づきやすくなる。

真核生物の細胞の分化においても，(B) 転写調節因子が多数の遺伝子の発現を調節するしくみは，重要な役割を果たす。転写調節因子の一部は，分化したさまざまな細胞を脱分化させて多能性幹細胞にする力がある。例えば，Oct4，Sox2，Klf4，c-Myc を線維芽細胞に遺伝子導入すると，(C) 人工多能性幹細胞（iPS 細胞）をつくることができる。

［1］文中の（ア）から（エ）に適切な語句を記入せよ。

［2］文中の（オ）から（ク）に次の語群から適切な語句や数字を選んで入れよ。
語群： 1，10，100，1000，10000，ヒストンアセチラーゼ，ヒストンデアセチラーゼ，ヒストンメチラーゼ，ヒストンデメチラーゼ，アセチル基，メチル基

［3］下線（A）の結合様式を，100 字程度で説明せよ。

［4］下線（B）のように，限られた数の転写調節因子で多くの遺伝子の発現が調節されているしくみを，100 字程度で説明せよ。

［5］下線（C）の iPS 細胞を胚性幹細胞（ES 細胞）と比較し，倫理的な視点から，iPS 細胞の長所を，100 字程度で説明せよ。

[6] 成功率や安全性の視点から，iPS 細胞の短所を，100 字程度で説明せよ。

[7] ヒトの iPS 細胞はどのような医療応用が期待できるかを, 100 字程度で説明せよ。

地１

地球表面の歴史的な環境変化を知る情報源には様々なものがあり，以下にそのうちいくつかを列挙した。それぞれの情報源の特徴について説明せよ。説明はそれぞれ 200～300 字程度とすること。

［１］ 化石
［２］ 火山灰
［３］ 氷床コア
［４］ 古文書

地２

ＧＰＳなど，衛星から発信される電波を受信して測位を行うシステム（衛星測位）について，以下の問に答えよ。説明はそれぞれ200～300字程度とすること。

［１］ 地理空間は3次元であるから，3基の衛星から電波を受信してそれぞれの衛星と受信機との間の距離を測定できれば，理論的には測位が可能となるはずだが，正確な測位には少なくとも4基の衛星からの電波の受信が必要である。この理由について説明せよ。

［２］ 衛星測位には誤差が伴い，その要因は様々であるが，その中でマルチパスについて説明せよ。

［３］ 衛星測位の誤差を減少させる方法は様々であるが，その中で相対測位の1つであるＤＧＰＳについて説明せよ。

［４］ 衛星測位の応用例の1つとして電子基準点がある。電子基準点について説明せよ。

情1

以下のC言語の問に答えよ。

[1] 次のプログラム実行時の標準出力への表示結果を示せ。

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    int x1 = 0xebda, x2 = 0456;
    printf("%d %d %x %x %x \n", x1, x2, x1-x2, x1&x2, x2>>2);
    return 0;
}
```

[2] 整数値からなるベクトルの成分のうち，偶数であるものの積を求めて表示するプログラムを作成した。下線部を適切に埋めよ。

```
#include <stdio.h>

int f(int *a, int n)
{
    int i, ans = 1;
    for(  (1)  ){
        if(  (2)  %2 == 0 ) ans *=  (2)  ;
    }
    return  (3)  ;
}

int main(void)
{
    int n = 10, a[] = {7,2,13,-4,5,9,-1,21,-6,3};
    printf("%d\n", f(a,n));
    return 0;
}
```

標準出力結果例：

48

[3] 整数値からなるベクトルの成分のうち，数値が0より大きいものの個数を求めるプログラムを再帰的プログラミングにより作成した。下線部を適切に埋めよ。

```
#include <stdio.h>

int f(  (1)  )
{
    if( m == 0 ){
        return  (2)  ;
    }else{
        if( a[m-1] > 0 ){
            return f(  (3)  );
        }else{
            return f(  (4)  );
        }
    }
}

int main(void)
{
    int n = 0, m = 10, a[] = {1,2,3,-1,-10,5,-20,10,10,-3};
    printf("%d\n",f(a,m,n));
    return 0;
}
```

標準出力結果例：

6

情2

図1は，1，2，3の3種類の戦略をとる個体（それぞれ戦略1，2，3と略す）間でゲームを行った場合に互いに取り合う得点を示している。ただし $T>0$ とする。矢印の出る側が矢印の向かう側と対戦した時の，矢印の向かう側の得る得点が矢印の横に書かれており，同じ戦略同士の対戦は自分から自分に戻る曲線の横に得点が示されている。例えば，戦略1と戦略2が対戦すると戦略1は4点，戦略2は2点を得る。

ここで，戦略1，2，3から構成される集団を考え，集団全体における各戦略群（集団内で各戦略をとる個体からなるサブ集団）の割合の推移を，次のような"生態学的トーナメント"で表現する。戦略群Aが戦略群Bとの対戦で得る得点は，

(戦略AがBとの対戦で得る得点)×(戦略群Aの割合)×(戦略群Bの割合)

となる。自戦略群自身との対戦も含めて総当たりで戦略群間の対戦を行った後，集団全体の得点に対する各戦略群が得た合計得点の割合を次の時刻の各戦略群の割合とする。

上記に関する次の問に答えなさい。

[1] 対戦する2者が戦略2か3のいずれかを選択する状況は調整ゲームと呼ばれる。この理由を簡潔に述べなさい。

[2] 1) 戦略2が割合 p，戦略3が割合 $(1-p)$ $(0<p<1)$ だけ初期集団に存在する場合を考える。このとき，時間経過しても戦略群の割合が変化しない p の条件を T を用いて示しなさい。

2) さらに，$T=6$ のとき，集団が全体にとって最適でない戦略に収束する初期条件を示しなさい。また，そのような条件での集団の挙動に対応する具体的状況を例示しなさい。

[3] すべての戦略が同じ割合で初期集団に存在する場合を考える。$T=4$ または5の条件で実験したとき，図2に示す戦略群の推移(a)，(b)となった。どちらの条件がどちらのグラフに相当するか，また，どの線がどの戦略群に対応するか述べたうえで，各条件での戦略群割合の推移の仕組みについて，戦略の特徴の関係や戦略群割合の大小関係に注目して説明しなさい。

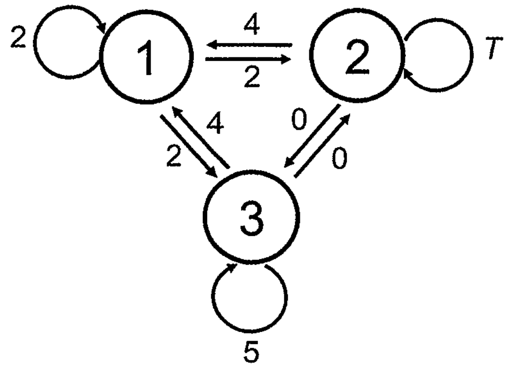


図1

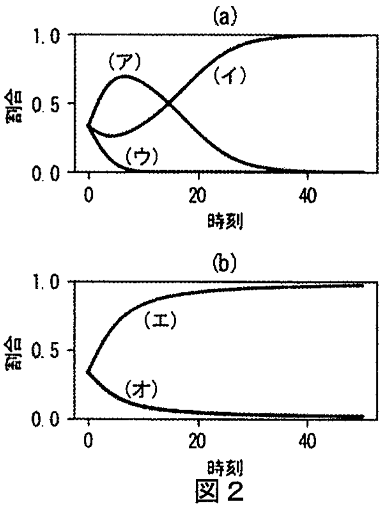


図2

情3

[1] Union/Find とは，互いに素な集合の集まりを管理するデータ構造で以下の 2 つの操作をもつ。その集合で最小の要素を代表の要素とする。

・Find(x): x が所属する集合の代表の要素を返す操作。要素 x のみの集合は，代表の要素は x となる。
・Union(x, y): x が所属する集合と y が所属する集合を 1 つにまとめる操作。

例えば初期状態が{0}, {1}, {2}, {3}, {4}の場合，Find(3)を実行すると 3 が返され，Union(1, 3)を実行すると，{0} ,{1, 3}, {2}, {4}となる。

1）初期集合が{0}, {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}であるとする。この集合に対して以下のような順で Union 操作を行う過程を示しなさい。
Union(0, 2)
Union(1, 5)
Union(3, 4)
Union(6, 9)
Union(0, 8)
Union(3, 7)
Union(1, 6)

2）1）で得られた最終的な集合に対して，Find(2)，Find(4)，Find(6)の操作を行った結果を示しなさい。

[2] Union/Find 操作を用いて頂点が{0, 1, 2, …, 5} である無向グラフ G に閉路が存在するかどうか調べる。Union/Find 操作による閉路検出では，各ノードを単一要素の集合に初期化し，辺の両端ノードの Find 操作で所属集合を調べる。もし同じ集合なら閉路であることが検出され，異なる集合なら Union 操作を行う。この処理を各辺について繰り返す。G は以下の隣接リストで表す。このリストは，頂点 0 から 5 のそれぞれについて，隣接するすべての頂点を列挙したものである。閉路検出に用いた Union/Find 操作の内容を操作順に示せ。

G の隣接リスト

0 : 4	3 : 5
1 : 2, 5	4 : 2
2 : 1, 5	5 : 1, 2, 3

[3] クラスカル法は，重み付き無向グラフの最小全域木(Minimum Spanning Tree, MST)を探索するアルゴリズムである。最小全域木とは重み付き無向グラフの部分木であり，しかも，そのグラフのすべての頂点を含み，構成するすべての辺の重みの合計が最小のものである。クラスカル法の手順を以下に示す。

1. 初期状態を空のグラフ G とする。
2. 与えられたグラフ M の全ての辺を重みの小さい順に並べ替え，辺リスト L とする。
3. 辺リスト L から順に辺 e を取り出し，L が空になるまで以下を行う:
   - 辺 e をグラフ G に追加した場合に閉路ができるかを Union/Find 操作で判定する。閉路ができない場合，辺 e をグラフ G に追加し，Union 操作を行う。

以下の N は 7 つの頂点 (1, 2, 3, ... ,7) で構成される重み付き無向グラフである。N の辺と重みは次のように表記される。

(辺の両端点): 重み
(1, 2) 2
(1, 3) 3
(1, 7) 4
(2, 3) 5
(2, 5) 7
(3, 4) 9
(3, 6) 8
(4, 6) 10
(5, 6) 6
(5, 7) 1

クラスカル法を使って，実行された Union/Find 操作の処理内容も含めて，グラフ N の最小全域木 (MST) を求める過程を示しなさい。

工１

[１] van der Waals 状態方程式に従う気体が臨界状態にある時，臨界圧力 P_c，臨界体積 V_c，臨界温度 T_c を求めよ。

[２]理想気体によって動作する Carnot サイクル（１→２：等温膨張，２→３：断熱膨張，３→４：等温圧縮，４→１：断熱圧縮）がある。

１）PV線図上にサイクルを示せ。

２）熱効率が次式となることを示せ。ここで，T_Hは高温熱源温度，T_Lは低温熱源温度である。

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

工 2

[1] 図１に示すように，円管内を空気が流れ，断面２から大気中に流出している。断面１に接続された細管がタンク内の水を高さ h だけ吸い上げている。断面１および２において，管直径をそれぞれ d_1 および d_2 とし，空気の速度をそれぞれ u_1 および u_2 とする。また，断面１の圧力を p_1 とし，断面２の圧力は大気圧 p_2 とする。空気の密度を ρ_a，水の密度を ρ_w，重力加速度を g とし，空気の粘性と圧縮性および水の表面張力の影響は無視できるものとする。以下の問に答えなさい。

1) 断面１と２の間にベルヌーイの式を適用し，圧力差 $p_2 - p_1$ を求めなさい。
2) h と $p_2 - p_1$ の関係を求めなさい。
3) h と管径比 d_2/d_1 の関係を求めなさい。

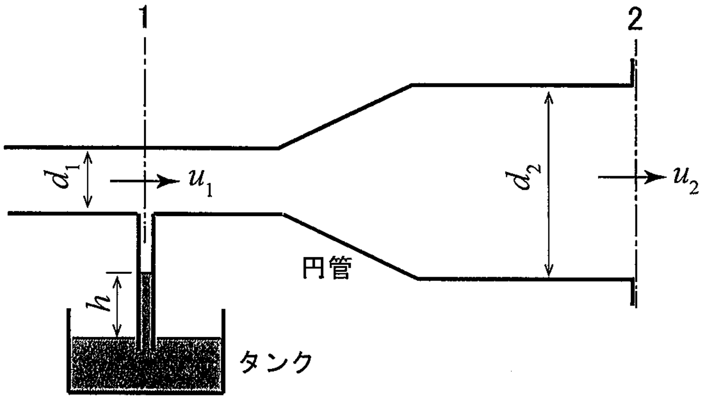


図１

[2] 図２に示すように，無限の長さをもつ２本の直線の渦糸 A および B が平行に存在している。渦糸 A および B の循環をそれぞれΓ_AおよびΓ_Bとし，渦糸間の距離を R とする。つぎの 1)および 2)の場合の渦糸の運動について，図を用いて述べなさい。

1) $\Gamma_A = \Gamma_B$ の場合
2) $\Gamma_A = -\Gamma_B$ の場合

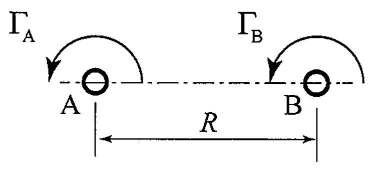


図２

工 3

時間関数$f(t)$をラプラス変換した関数を$F(s)$のように書くことにする。
参考：$\tan^{-1}(1/\sqrt{3}) = 30°$, $\tan^{-1}(\sqrt{3}) = 60°$, $\tan^{-1}(\sqrt{10}) = 72.5°$

[1] 図1に示す機械系について，以下の問に答えよ。ただし，質量Mの台車は水平な床の上を摩擦なく動くものとする。K_1とK_2はばねのばね定数，Dはダッシュポットの粘性減衰係数である。$x_1(t)$，$y(t)$，$x_2(t)$は水平方向の変位であり，それらの導関数を含めたすべての初期値はゼロとする。

1）中央の台車の運動を表す微分方程式を示せ。

2）入力を$X_1(s)$と$X_2(s)$，出力を$Y(s)$として，$Y(s) = G_1(s)X_1(s) + G_2(s)X_2(s)$における$G_1(s)$と$G_2(s)$を求めよ。

3）$x_1(t) = t$，$x_2(t) = -t$，および無次元化した$M = 1$，$K_1 = K_2 = 3$，$D = 5$の場合，$y(t)$を求めよ。

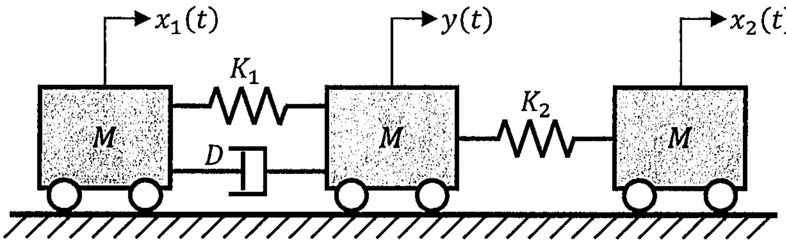


図1

[2] 一巡伝達関数$L(s)$の折れ線近似ゲイン特性が図2で与えられる直結フィードバック制御系（最小位相系）について，以下の問に答えよ。

1）一巡伝達関数$L(s)$を求めよ。

2）位相余裕を求めよ。

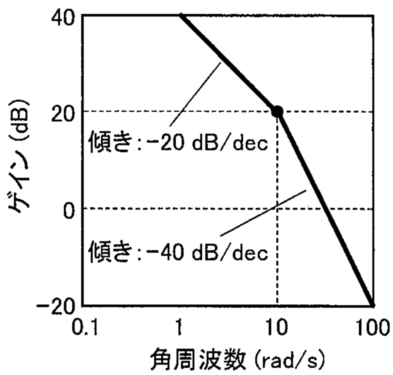


図2

[3] 問[2]の制御系に補償器$C(s)$を直列接続し，定常速度偏差をゼロ，ゲイン交叉角周波数を$10/\sqrt{3}$ rad/s，および位相余裕を30°とするとき，以下の問に答えよ。

1）以下の補償器 a)〜d)は，それぞれどういう制御・補償方法かを答えよ。ただし，パラメータK，T_1，T_2，Tは正の実数で，$T_1 > T_2$である。

a) $C(s) = K\frac{T_1 s+1}{T_2 s+1}$　b) $C(s) = K\frac{T_2 s+1}{T_1 s+1}$　c) $C(s) = K(Ts+1)$　d) $C(s) = \frac{K(Ts+1)}{s}$

2）補償器 a)〜d)のどれを選ぶのが適切か，理由とともに答えよ。

3）2）で選んだ補償器のパラメータを求めよ。